

20  
14

# Productie en Voorraadbeheer 1: - Forecasting -



## Inhoudsopgave

<b>3</b>	<b>Forecasting</b>	<b>3</b>
<b>3.0</b>	<b>Inleiding</b>	<b>3</b>
<b>3.1</b>	<b>Data-correctie</b>	<b>9</b>
	3.1.0 Inleiding	9
	3.1.1 Datacorrectie – invoerfouten	11
	3.1.2 Datacorrectie – tijdsdimensie	12
	3.1.3 Datacorrectie – uitschieters	13
<b>3.2</b>	<b>Data analyse</b>	<b>16</b>
	3.2.0 Inleiding	16
	3.2.1 Data analyse – decompositie	17
	3.2.2 Data analyse – tenslotte –	20
<b>3.3</b>	<b>Kwantitatieve technieken – een inleiding -</b>	<b>21</b>
<b>3.4</b>	<b>Modellen voor data zonder trend of seizoen</b>	<b>24</b>
	3.4.0 Inleiding	24
	3.4.1 De Naïeve Forecast (NF-1)	26
	3.4.2 Het gemiddelde	27
	3.4.3 Het voortschrijdend gemiddelde (VG-N)	27
	3.4.4 Gewogen voortschrijdend gemiddelde	28
	3.4.5 Single Exponential Smoothing (SES)	29
<b>3.5</b>	<b>Modellen voor data met een trend</b>	<b>32</b>
	3.5.0 Inleiding	32
	3.5.1 Naïeve Forecast (NF-2)	34
	3.5.2 De methode van Brown	35
	3.5.3 De methode van Holt	36
	3.5.4 Lineaire regressie.	37
<b>3.6</b>	<b>Modellen voor data met een seizoen.</b>	<b>41</b>
	3.6.0 Inleiding	41
	3.6.1 Naïeve Forecast – NF-3	41
	3.6.2 De methode van Winters (I)	42
<b>3.7</b>	<b>Modellen voor data met trend en seizoen</b>	<b>42</b>
	3.7.0 Inleiding	42
	3.7.1 Naïeve forecast – NF-4	43
	3.7.2 De methode van Winters (II)	43
<b>3.8</b>	<b>Data zonder een duidelijk patroon</b>	<b>44</b>

<b>3.9</b>	<b>Parameterisering</b>	<b>46</b>
	3.9.0 Inleiding	46
	3.9.1 Startwaardeprobleem bij data zonder trend	46
	3.9.2 Startwaardeprobleem bij data met een trend	48
	3.9.3 Startwaardeprobleem bij data met trend én seizoen	49
	3.9.4 Effect van startwaarden.	50
<b>3.10</b>	<b>Hoe de voorspelfout te bepalen</b>	<b>51</b>
	3.10.0 Inleiding	51
	3.10.1 Indicatoren om de voorspelfout te bepalen	51
	3.10.2 Alle formules nog eens op een rij	55
	3.10.3 Gebruik van de indicatoren	56
<b>3.11</b>	<b>Bepalen van het “beste” model</b>	<b>57</b>
	3.11.0 Inleiding	57
	3.11.1 De procedure	57
	3.11.2 Het bepalen van het juiste model	59
	3.11.3 De uiteindelijke keuze	60
<b>3.12</b>	<b>Tracking en Tracing</b>	<b>60</b>
	3.12.0 Inleiding	60
	3.12.1 Plus/Min analyse	61
	3.12.2 Trigg’s Tracking Signal	61
<b>3.13</b>	<b>Leren van je fouten</b>	<b>62</b>
	3.13.0 Inleiding	62
	3.13.1 De samengestelde forecast	63
	3.13.2 Opnieuw de Bias	64
	3.13.3 Forecasts over meerdere periodes.	64
	3.13.4 Het reactie-diagram	65
<b>3.14</b>	<b>Organisatorische aspecten in de praktijk</b>	<b>67</b>
	3.14.0 Inleiding	67
	3.14.1 Praktische randvoorwaarden	67
<b>3.15</b>	<b>Samenvatting</b>	<b>68</b>
<b>3.16</b>	<b>Literatuur</b>	<b>70</b>
<b>3.17</b>	<b>Bijlagen</b>	<b>72</b>

## 3 Demand Planning 2: Forecasting

### 3.0 Inleiding

In de voorafgaande hoofdstukken hebben we kunnen zien dat het belangrijk is om de vraag goed te kunnen voorspellen. Het is de basis voor seriegrootte bepalingen en het berekenen van bestelniveaus en veiligheidsvoorraden. Vooral deze laatste is gebaat bij goede voorspellingen. Des te beter de voorspelling, des te kleiner de onzekerheid die we moeten opvangen. Bij de MRP-filosofie (Orlicky [1974]) is de onafhankelijke klantenvraag de input voor alle rekenpartijen. En ook hier geldt, des te beter we in staat zijn de vraag te voorspellen, des te minder nervositeit er zal optreden. Alleen zitten we met een klein probleem. Inherent aan voorspellen zijn de volgende twee wetmatigheden:

*“Voorspellen is moeilijk, zeker wanneer het de toekomst betreft”  
“Elke voorspelling is in principe fout.”*

De mens is altijd geobsedeerd om zijn toekomst te kennen en de experts waren hoog in aanzien. De druïden bij de Kelten en de orakels bij de Grieken en Romeinen deden goede zaken, zolang hun voorspellingen uitkwamen. En aangezien ze ook op de hoogte waren van bovenstaande eigenschappen was het dus zaak enige ruis aan te brengen in hun uitspraken. Klassiek is het geval van de Lydische vorst Croesus. Volgens Herodotus [460 v C] raadpleegde Croesus voor de zekerheid het orakel van Delphi, voordat hij een veldslag met de Perzische heerser Cyrus II aanging. Het orakel stelde hem gerust met de toezegging: “dat er een groot rijk ten onder zou gaan”. En Croesus trok vol goede moed ten strijde om vervolgens zwaar in de pan gehakt te worden. Het Orakel van Delphi had gelijk gehad! Croesus is nog terug gegaan om verhaal te halen, maar dat is niet gelukt. Van recentere datum is het debacle van Dexia, die beleggers grote winsten voorspiegelden, waarna de beurs instortte. Veelzeggend is dan ook de toevoeging: “behaalde resultaten in het verleden bieden geen garantie voor de toekomst”. Waarmee de eerste twee wetmatigheden van voorspellen weer bevestigd worden.

Maar ondanks het feit dat elke voorspelling in principe fout is zullen we toch moeten werken met voorspellingen. En het kan ook, zolang we maar een idee hebben van de grootte van de fouten die we maken.

### *Waarom moeten we voorspellen?*

Voorspellen gebeurt binnen een onderneming op verschillende niveaus. We hebben in het vorige hoofdstuk al gezien dat vraagvoorspellingen een rol spelen bij het bepalen van veiligheidsvoorraden maar ze zijn ook noodzakelijk bij het aansturen van de productie door middel van de MRP-methodiek (zie Durlinger [2012,1]). Dit zijn dan voorspellingen op middellange termijn niveau met een horizon van een aantal weken tot een aantal maanden. Maar ook op strategisch niveau zijn voorspellingen noodzakelijk. We moeten namelijk ook voorspellen welk soort product we op de markt willen zetten of waar ter wereld we nieuwe productielocaties willen neerzetten. Dit soort beslissingen zijn van strategisch en dus van levensbelang voor een onderneming. Foutieve inschattingen kunnen grote consequenties hebben. Het mislukken van een productintroductie kan grote gevolgen hebben. Een klassiek voorbeeld is de (mislukte) introductie van de Ford Edsel eind jaren 50, die Ford in grote problemen bracht [www.wikipedia.org] En het mislukken van de introductie van de Konmar-supermarkt in 2000/2001 door Laurus. ([www.laurus.nl](http://www.laurus.nl), Hagoort [2003]).

Wanneer bepaald is welk product we gaan maken en we weten waar we het gaan maken moeten we ook beslissen hoe groot deze productielocatie moet zijn. Hier zijn ook weer voorspellingen van de markt nodig. Maar hoe moet je deze maken? Zeker als je eigenlijk niet veel van de markt weet en je ook niet weet of je product aanslaat. Zo werden Philips en Douwe Egberts in 2001 in positieve zin verrast door het succes van de Senseo. Apparaten en pads waren niet aan te slepen!

Op kortere termijn moeten we kijken wanneer we eventueel capaciteit moeten uitbreiden of bestelparameters moeten aanpassen. Op nog kortere termijn kunnen we voorspellingen gebruiken om na te gaan wanneer machines “out-of-specs” dreigen te gaan. In dit hoofdstuk beperken we ons

tot het maken van een salesforecast. Maar de lezer kan de kennis natuurlijk inzetten voor andere deelgebieden van de logistiek.

### *Voorspellen in het bedrijfsleven*

Onderzoeken in vakbladen hebben laten zien dat er binnen het bedrijfsleven niet echt gericht aan voorspellen wordt gedaan. Aan de andere kant ziet de doorsnee manager het niet hebben van goede vraagvoorspellingen als groot probleem [www.logistiek.nl]. Ondanks het feit dat er tegenwoordig goede forecastsoftware op de markt is, waardoor vervelend rekenwerk achterwege kan blijven, is het gebruik van deze software beperkt. Misschien ligt dit ook wel aan het type persoon dat nodig is voor het opleveren van goede voorspellingen. Compton en Compton [1980] zeggen impliciet dat de perfecte voorspeller een statisticus is met ruime marketing ervaring of een marketeer met een gedegen statistische achtergrond. En beide typen zijn zeer zelden voorhanden. Helaas kunnen wij, in dit kader, de lezer niet opleiden tot de ideale voorspeller. Maar we gaan wel een eventuele lacune in de basale voorspelkennis opvullen.

### *Hoe komen we tot een goede salesforecast?*

Om te komen tot een goede salesforecast hebben we drie dingen nodig (Wallace, Stahl [2004]):

- A De juiste mensen
- B De juiste data
- C De juiste software

Wie is er nu eigenlijk verantwoordelijk voor de forecast? Het antwoord is eigenlijk verbazend eenvoudig: *Sales* en niemand anders. Zij kennen de markt het beste en zij zijn als niemand anders in staat marktveranderingen te onderkennen of te voorspellen. Maar toch leeft in het bedrijfsleven dat Sales helemaal niet kan voorspellen of er in elk geval voortdurend naast zit. Deels vanwege het karakter van voorspellingen (elke voorspelling is fout), deels vanwege het karakter van Sales (zoals Compton aangaf). Het is niet motiverend om voorspellingen te maken waarvan je zelf al weet dat ze fout

zullen zijn en waarvan je ook nog weet dat productie en logistiek het ook nog gaan inwrijven: 'So why bother?'. Juist hier ligt een kans voor logistieke afdelingen. Een goede vraagvoorspelling is immers opgebouwd uit twee elementen.

Het *eerste* element is de zogenaamde statistische forecast, vaak gemaakt met forecastsoftware (Bijv. ForecastPro, ForecastX of zelfs Excel ). Maar dan moeten er wel de juiste mensen aanwezig zijn, die om kunnen gaan met deze software. Het heeft geen enkele zin om high-tech software of high-tech modellen te gebruiken als men niet weet wat er gebeurt. Forecast software kan het leven veraangenamen maar de gebruiker zal nu en dan toch bepaalde keuzes moeten maken of uitkomsten moeten interpreteren. Sommige software kan wel voorstellen doen voor een bepaald model of een bepaalde parametersetting, maar de gebruiker zal uiteindelijk een beslissing moeten maken. Als er geen gekwalificeerd personeel beschikbaar is, verdient het de aanbeveling het personeel te scholen of gebruik te maken van hele eenvoudige modellen zoals de Naïeve methoden, die we in latere paragrafen zullen bespreken. Deze en de overige modellen hebben als doel te komen tot een statistische forecast, gebaseerd op voldoende (minimaal 30) historische data. Als we niet genoeg data hebben moeten we onze toevlucht zoeken tot kwalitatieve methoden. Deze methodieken behandelen we hier niet maar we verwijzen naar Makridakis [1989], Diebold [2007] of Hanke [2005]. We kunnen natuurlijk een statistische forecast maken met minder getallen maar de betrouwbaarheid van deze forecast zal dan wel te wensen over laten.

Het *tweede* element van de uiteindelijke forecast wordt ingebracht door Sales en Marketing. Zij weten wanneer er promoties plaatsvinden, hebben een beeld van de concurrentie of kunnen marktontwikkelingen beter inschatten. Hoewel dit kwalitatieve aspect zeker belangrijk is, evenals het proces dat leidt tot de definitieve forecast, besteden we hier niet veel aandacht aan dit aspect, maar verwijzen naar Wallace, Stahl [2004]. Wel besteden we aan het einde van dit hoofdstuk aandacht aan enkele kwantitatieve indicatoren, die tot ondersteuning dienen als terugkoppeling en als mogelijke verbetering van de voorspellingen.

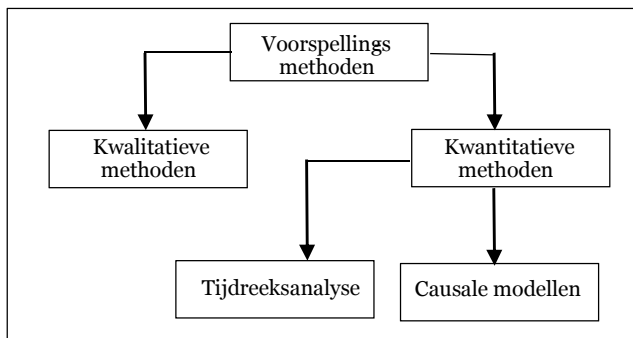
De uiteindelijke procedure moet leiden tot een goede salesforecast waarbij we goed definiëren als :*De voorspelfouten zijn normaal verdeeld zijn met een gemiddelde van 0 en een kleine standaardafwijking*”.

Of heel eenvoudig gezegd: we moeten gemiddeld even vaak te laag of te hoog voorspellen en we moeten er niet te veel naast zitten.

### *De technieken*

Wanneer we een gespecialiseerd boek over forecasting openslaan vinden we een groot scala aan voorspellingsmethoden. Makridakis, Wheelwright [1983, 1989] en Hanke, Wichern [2005] vergelijken er een groot aantal. Sommige zien er op het eerste gezicht redelijk eenvoudig uit, terwijl andere alleen te doorgronden lijken voor potentiële Nobelprijswinnaars. Daarmee dringt zich dan ook meteen de eerste vraag op; ”welke methode is het beste?”. Zoals zovaak is daar geen duidelijk antwoord op te geven. Het hangt er maar van af waar je de uitkomst voor gebruikt. Maar niet alleen dat, ook het aantal beschikbare (en bruikbare) gegevens, dat beschikbaar is, en de kennis die aanwezig is in de organisatie zijn van belang.

Wanneer we naar de voorspelmethoden kijken kunnen we deze grofweg indelen in twee grote klassen, afhankelijk van het aantal bruikbare gegevens dat we ter beschikking hebben. Zie figuur 3.1.



*Figuur 3.1 Indeling voorspelmethodieken*



De eerste klasse omvat de zogenaamde *kwalitatieve* methoden. Deze methodieken gebruiken we wanneer er geen of weinig bruikbare data zijn. De tweede klasse omvat de zogenaamde *kwantitatieve* modellen. Deze methoden gebruiken we wanneer er wel voldoende bruikbare data ter beschikking zijn. Wat *voldoende* is zullen we later nauwkeuriger omschrijven, maar voor het begrip mag u uitgaan van minstens 30 getallen. Met minder wordt het al gauw moeilijk om nog statistisch betrouwbare en tegelijkertijd zinvolle voorspellingen te berekenen. De kwantitatieve modellen kunnen we nog eens onderverdelen in twee subklassen. De eerste subklasse betreft de zogenaamde tijdreeks analyses. Deze modellen bepalen toekomstige voorspellingen alleen op basis van historische cijfers. Eenvoudige voorbeelden hiervan zijn het gemiddelde en het rekenkundig gemiddelde. De tweede subklasse omvat de zogenaamde causale modellen, waaronder logischerwijs lineaire regressie valt. Deze modellen kijken niet alleen naar het verleden maar ze zoeken ook een verband tussen bepaalde variabelen. Zo zal er een verband bestaan tussen het aantal sigaretten dat iemand rookt en de kans op longkanker, of het verband tussen temperatuur en de verkoop van ijsjes.

In de volgende paragrafen besteden we alleen aandacht aan de kwantitatieve modellen met de nadruk op de tijdreeksmodellen.

Zoals gezegd neemt forecast software ons een hoop vervelend rekenwerk uit handen en kunnen we ons concentreren op modelkeuze en interpretaties. Toch ontkom ik er niet aan om voor een aantal modellen de onderliggende formules te geven. De lezer kan dan eventueel zelf wat modellen bouwen maar ook in Excel zit al een aantal handige hulpmiddelen beschreven in Carlberg [2005]. Ook op internet is voldoende free-ware en share-ware forecastsoftware te vinden om mee te spelen. Ik raad de lezer aan om de modellen te begrijpen. In die zin dat hij weet welke data nodig zijn, over welke parameters hij een uitspraak moet doen, dat hij weet wat de uitkomsten betekenen en hoe hij ze moet interpreteren. U moet niet verrast worden door ogenschijnlijk foutieve voorspellingen. Ook hier geldt dat de computer geen fouten maakt, hoewel we dat wel eens vaker denken.

Basis echter voor elke statische forecast is een voldoende aantal betrouwbare en juiste getallen. Zonder goede (historische) gegevens loopt u het gevaar slachtoffer te worden van het GiGo (Garbage in-Garbage out) principe. Helaas is het in praktijk zelden het geval dat data van de juiste kwaliteit zijn en moeten we uitgebreid kijken naar de aanwezige data om te kijken of ze als input voor de modellen kunnen dienen. En als dat niet zo is of we ze geschikt kunnen maken.

Daarom besteden we in de komende paragrafen 3.1 en 3.2 uitgebreid aandacht aan dit data-aspect. In paragraaf 3.3 geef ik een overzicht van de soorten modellen. In paragraaf 3.4 komen modellen voor datapatronen zonder trend en seizoen aan bod. In 3.5 worden trendmodellen behandeld en in 3.6 seizoensmodellen. In paragraaf 3.7 behandelen we modellen voor van data met trend en seizoen. In paragraaf 3.8 kijken we kort naar modellen voor producten met een erg onregelmatige vraag. In 3.9 worden aspecten rond parameterinstellingen behandeld en in 3.10 komen voorspelfouten ter sprake. In paragraaf 3.11 laten we zien hoe we “*het beste model*” kunnen kiezen. In paragraaf 3.12 komen methoden aan bod, die controleren of de gebruikte modellen en parameterinstellingen nog valide zijn. Paragraaf 3.13 en 3.14 geven praktijkgerichte adviezen rondom forecasting.

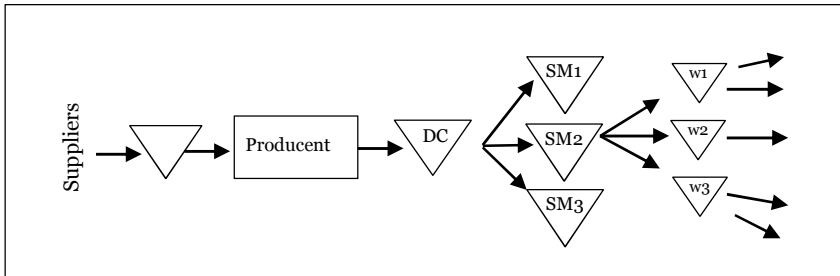
## **3.1 Data-correctie**

### **3.1.0 Inleiding**

De eerste vraag die we onszelf moeten stellen is:

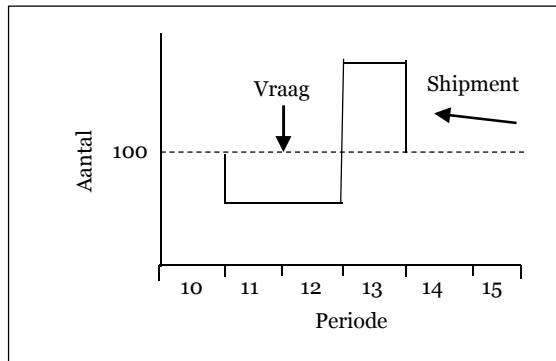
*“Welke data heb ik nodig?”.*

Dat hangt natuurlijk af van het doel van de voorspelling, maar in dit kader willen we ons focussen op verkoopvoorspellingen die we gaan gebruiken om voorraden te berekenen of om als input te dienen voor een MRP/ERP systeem. Logischerwijs zijn we dan geïnteresseerd in vraaggegevens van de klant en met klant bedoelen we eigenlijk de eindgebruiker. In het geval van consumentenartikelen: U en ik. We kijken eens naar een gestileerd voorbeeld van een keten van een consumentenartikel weergegeven in figuur 3.2.



Figuur 3.2 Een gestileerde Supply Chain

Een producent van waspoeder levert vanuit een distributiecentrum (DC) aan een aantal supermarktketens (SM1, SM2, SM3) die elk hun magazijn hebben. Vanuit die magazijnen worden de winkels beleverd (W1, W2, W3), die op hun beurt weer de consument beleveren. De voorraadpunten besturen de voorraad met één of andere voorraadstrategie zoals beschreven in hoofdstuk 2. De producent wil graag weten hoeveel verpakkingen waspoeder er per week (of dag) gekocht worden in de winkels. In theorie zijn deze gegevens beschikbaar omdat scan-kassa's precies bijhouden welke goederen wanneer gekocht worden. In praktijk zijn deze gegevens minder toegankelijk voor de fabrikanten om uiteenlopende redenen. Dus hoogstwaarschijnlijk zal de producent moeten volstaan met de vraag van de magazijnen van de supermarkt ketens. Vaak zien we echter dat men niet de *vraaggegevens* vanuit de magazijnen gebruikt om de toekomstige vraag te voorspellen, maar de *shipments* náár de magazijnen. Men zou verwachten dat dit niet veel uit mag maken, maar toch is dat niet waar. Stel dat de vraag vanuit de markt een regelmatig patroon vertoont (bijv 100 eenheden per week). Vanwege storingen in het productieproces kan de producent tijdelijk (in week 11 en 12) minder leveren. Nadat de storingen verholpen zijn wordt overgewerkt om de achterstanden in te lopen en de achterstallige orders worden alsnog (in week 13) geleverd. We geven beide patronen (vraag en shipment) grafisch weer in figuur 3.3.



*Figuur 3.3*      *Verskil tussen vraaggegevens en leveringen*

We zien dat het mooie regelmatige vraagpatroon verdwenen is, wanneer we kijken naar de shipments. Omdat we niet altijd gebruik kunnen maken van de vraagcijfers van de eindklant moeten we rekening houden met verstoringen in het vraagpatroon. We moeten bedenken dat vooral snellopers op eindgebruiker niveau een regelmatig afzetpatroon zouden moeten vertonen. Afwijkingen in een dergelijk patroon zijn meestal door de keten geïntroduceerd en dat betekent dat we het misschien er ook weer uit kunnen halen. Enkele voorbeelden geven we in paragraaf 3.2. In deze paragraaf 3.1. kijken we naar data-correctie. Data-correctie moet er voor zorgen dat we correcte data gebruiken qua tijdseenheid, eenheid, dimensie, etc. Dit wordt behandeld in paragraaf 3.1.1, 3.1.2. en 3.1.2.

### **3.1.1    Datacorrectie – invoerfouten.**

Het is een bekend fenomeen dat er geregeld fouten in data of stamgegevens voorkomen. Een aantal is evident en kunnen er eenvoudig uitgefilterd worden. Een eerste bekende fout is de zogenaamde negatieve vraag. Dit is administratief misschien wel mogelijk maar fysiek onmogelijk. Normaal zijn dit producten die terugkomen van een klant. De juiste manier is om deze te verrekenen met de oorspronkelijke klantenvraag, die daarmee  $x$  stuks kleiner wordt. Een tweede fout, die we vaak tegenkomen, is om de getourneerde

producten te verrekenen met de vraag in die periode waarin de producten terugkomen. Deze correctie zorgt er voor dat het totaal wel klopt, maar niet het totaal per periode. In dat geval kloppen er twee periodes niet: de periode waarin de oorspronkelijke vraag optrad en de periode waarin de producten geretourneerd werden. Dus als we de oorspronkelijke vraag niet meer kunnen corrigeren is het misschien beter om de retouren *niet* mee te nemen. Dit brengt ons meteen bij de tweede correctie, die te maken heeft met tijd.

### 3.1.2 Datacorrectie - tijdsdimensie

Vaak maakt men voorspellingen op maandbasis of weekbasis. Geregeld houdt men echter geen rekening met het aantal werkdagen binnen deze periode, waardoor data vertroebeld raken. Wanneer we op maandbasis werken hebben we altijd te maken met een verschillend aantal werkdagen. Daarnaast kennen we ook extreme maanden zoals de decembermaand en de vakantiemaanden. We kunnen deze maanden misschien later behandelen als een soort seizoen of zelfs niet meenemen. De maand mei met de vele feestdagen is ook een beruchte boosdoener waarin het aantal werkdagen per jaar flink kan verschillen. Voor korte termijnvoorspellingen zijn maandcijfers dan ook niet zo geschikt, zeker niet wanneer de vraag over de maand niet regelmatig verdeeld is. Dus is het ook niet correct om maandcijfers om te zetten naar weekcijfers door de maandcijfers te delen door 4 (of 4,2). Alleen wanneer we zeker weten dat de vraag gelijkelijk verdeeld is over de maand zou dit een optie zijn. Anders veronderstellen we een zekere regelmaat die er in werkelijkheid niet is. Wij geven de voorkeur aan weekcijfers, waarbij we wel rekening moeten houden met het aantal werkdagen binnen een week. Extreme weken als de laatste week/weken van het jaar en/of de eerste week van het jaar kunnen we beter buiten beschouwing laten.

Het verzamelen van de data kunnen we het beste op het laagste aggregatieniveau doen. Zoals de scan-kassa verkopen registreert per minuut of klantenorders op dag-niveau. Bedenk dat je altijd data kunt aggregeren, maar geaggregeerde data zelden kunt dis-aggregeren.

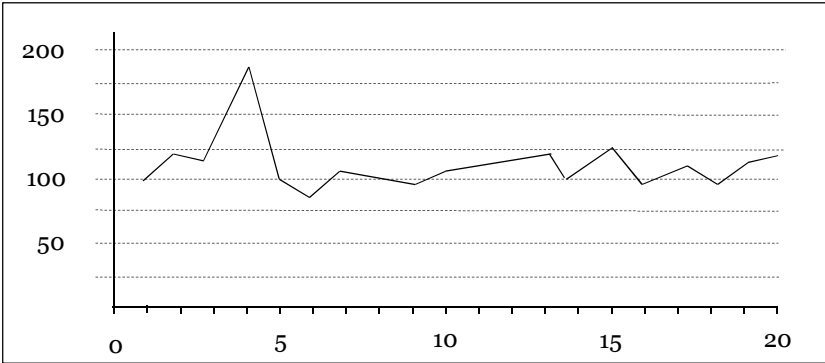
### 3.1.3 Datacorrectie - uitschieters -

Het screenen van historische data is de eerste stap op weg naar een betrouwbare voorspelling. We kunnen op voorhand niet aannemen dat de historische data correct zijn. Daar kunnen we een groot aantal redenen voor aanvoeren. Bijvoorbeeld typefouten die ontstaan bij de invoer, het gebruiken van de verkeerde verpakkingseenheid, het gebruiken van shipment gegevens in plaats van verkoopcijfers etc. Hoewel dit zeker de aandacht verdient gaan wij daar in dit kader niet verder op in. We gaan ervan uit dat de getallen, die we gaan gebruiken in elk geval gescreend zijn op de meest voorkomende verontreinigingen. Dat wil nog niet zeggen dat we deze getallen dan ook meteen kunnen gebruiken en in een softwarepakket kunnen stoppen. Laten we eens aannemen dat we een aantal historische data ter beschikking hebben en dat we deze willen gebruiken om een model te bepalen met bijbehorende parameters. In tabel 3.1 geven we deze data weer.

Week	Afzet	Week	Afzet	Week	Afzet	Week	Afzet
1	100	6	80	11	105	16	90
2	120	7	105	12	110	17	105
3	110	8	100	13	115	18	90
4	190	9	90	14	100	19	105
5	100	10	100	15	120	20	110

*Tabel 3.1      Datareeks vóór uitschietercorrectie*

Wat meteen opvalt, is dat we er niet zo veel aan kunnen zien. In ons voorbeeld hebben we maar 20 gegevens ter beschikking, maar dit probleem is nog groter als we met honderd gegevens moeten werken. Daarom is de eerste stap altijd, om de data grafisch weer te geven. Op die manier is het gemakkelijker te zien of er een trend in de data zit of niet. Of dat we al een seizoenspatroon kunnen herkennen. De grafische weergave van de data uit tabel 3.1 vinden we in figuur 3.4.



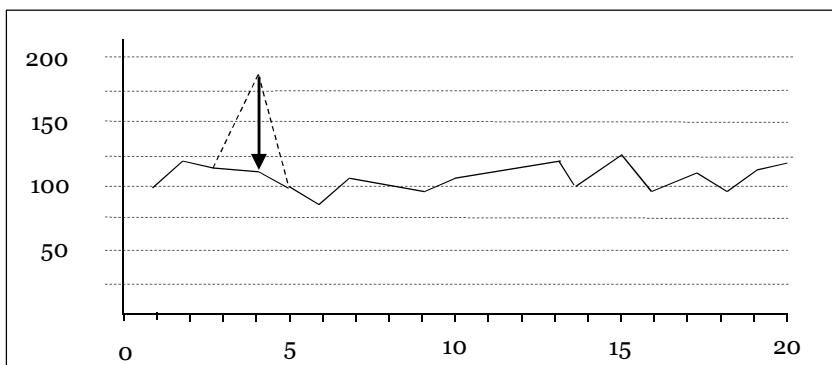
Figuur 3.4 Grafische weergave data uit tabel 3.1.

Wanneer we figuur 3.4 bekijken zien we dat de verkopen zo rond de 100 schommelen, op week 4 na. Daar zit een vreemde piek in de verkopen. We moeten ons nu afvragen waar die piek vandaan komt en wat we er mee moeten gaan doen. Dit is met name belangrijk omdat de meeste forecast-modellen er van uitgaan dat een bepaald patroon uit het verleden ook in de toekomst optreedt. Dus moeten we de vraag stellen: “Wordt deze piek veroorzaakt door een historisch, terugkerend patroon (bijvoorbeeld elke 4e week is een topweek), of berust de piek op toeval?”

In ons voorbeeld lijkt het alsof er geen patroon in de data zit, dus moet het wel toeval zijn. Maar wat doen we dan met dat getal? Wanneer we deze piek meenemen in de analyse kan deze van invloed zijn op de analyse en op de keuze van methode of bepaling van parameters. Aan de andere kant is het ook niet wetenschappelijk om elk ongewenst getal gewoon te verwijderen. De oplossing is een grens te stellen aan het toeval. Met andere woorden; wanneer een waarneming te veel afwijkt, nemen we deze niet mee in de analyse. Dit verwijderen van één of meer getallen noemen we reekscorrectie. Dit is een essentieel onderdeel van de hele voorspelprocedure, maar wordt regelmatig overgeslagen. We gaan hier verder op in.

In ons geval hebben we twijfels over de waarde in periode 4. We willen daarom nagaan of dit een toevallige waarde is of niet. Dit komt neer op het vaststellen van de kans dat deze waarde optreedt. Als de kans op een bepaalde waarde erg klein is, beschouwen we deze waarde als een “uitschieter”.

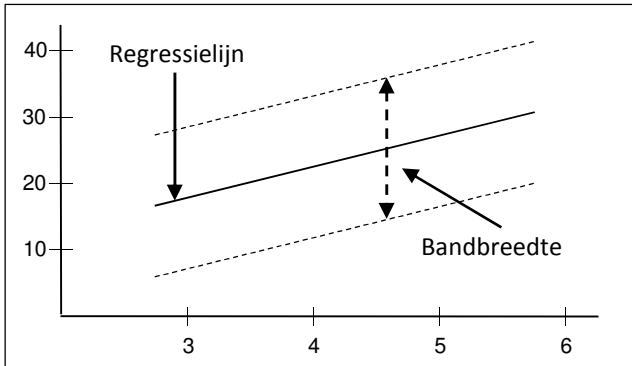
Een methode om dit te doen is om het gemiddelde ( $\mu$ ) en standaardafwijking ( $\sigma$ ) te bepalen van de waarnemingen, *uitgezonderd* de “verdachte” waarde. Hierbij gaan we ervan uit dat er geen trend of seizoen in de data zit. Die situatie bekijken we later. We nemen de verdachte waarde niet mee omdat deze een groot effect kan hebben op de berekende standaardafwijking. Vervolgens bepalen we “uitschietergrenzen”. Een veel gebruikte grens is de  $2\sigma$  grens. Dat wil zeggen dat waarden die groter zijn dan  $\mu + 2\sigma$  of kleiner dan  $\mu - 2\sigma$  gezien worden als uitschieter. Bij een normale verdeling is de kans dat een waarneming onder of boven de grens komt gelijk aan ca 2,5%. (Als we de grenzen op  $\pm 2,5\sigma$  zetten is de kans iets groter dan 1%). Wanneer we een uitschieter gevonden hebben kunnen we deze uitsluiten van de analyse of vervangen door het berekende gemiddelde. In ons geval bleek de waarde in week 4 (190) inderdaad een uitschieter te zijn. Het gemiddelde was ongeveer 110 en de standaardafwijking bedroeg 10 (zonder periode 4) en we vervangen week 4 door de gemiddelde waarde (110). We geven het resultaat in figuur 3.5.



*Figuur 3.5 Grafische weergave van reeks na uitschietercorrectie*

Wanneer we te maken hebben met data met een trendpatroon, kunnen we bovenstaande methodiek niet rechtstreeks toepassen. Berekenen van gemiddelde en standaardafwijking zeggen niet zoveel in een dergelijke situatie. In geval van een trend kunnen we onze toevlucht nemen tot de regressieanalyse (zie ook paragraaf 3.5.4). Deze methodiek geeft impliciet ook een bandbreedte aan. Zie figuur 3.6.





*Figuur 3.6 Bandbreedte bij regressielijn*

Getallen die buiten deze bandbreedte vallen kunnen we nu ook elimineren en vervangen door het corresponderende punt op de regressielijn. Wanneer we te maken hebben met een seizoen kunnen we wel weer een gemiddelde en standaardafwijking bepalen, maar nu van de corresponderende seizoenen. Bijvoorbeeld een gemiddelde en standaardafwijking voor alle maartcijfers, of alle 10<sup>e</sup> weken. Probleem kan zijn dat de betrouwbaarheidsintervallen erg groot worden, wanneer we maar over een beperkt aantal gegevens (lees seizoenen) beschikken. Een andere methode kan zijn om het seizoenseffect uit de cijfers te halen (zie ook Makridakis [1978, 1983], Hanke [2005]) en vervolgens weer gemiddelde en standaardafwijking te bepalen. Een dergelijke aanpak kunnen we ook volgen wanneer we te maken hebben met data waar zowel een trend als een seizoenscomponent inzitten. We verwijzen graag naar de bovenstaande literatuur.

## 3.2 Data analyse

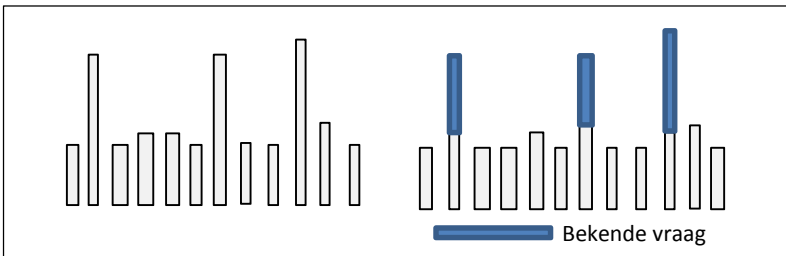
### 3.2.0 Inleiding

Data-analyse is er op gericht om een reeks te verdelen in een voorspelbaar deel en een onvoorspelbaar deel. Dit laatste deel van de reeks laten we over

aan de forecast-software. Dit lijkt in tegenspraak, maar is het zeker niet. Forecast-software is uitstekend in staat om deze ‘ruis’ te voorspellen.

### 3.2.1 Data analyse – decompositie –

Door seriegrootte effecten of voorraadstrategieën kan het voorkomen dat we meerdere malen grote uitschieters vinden, die soms in de orde liggen van enkele malen de gemiddelde vraag. Vooral wanneer producten geleverd worden aan buitenlandse distributeurs. Deze verzamelen de vraag van een aantal kleinere distributeurs en geven op gezette tijden een bestelling door. Echter vanwege kalenderafwijkingen of andere afwijkingen lijkt het vaak alsof deze orders op onregelmatige tijden geplaatst worden. Stel bijvoorbeeld dat een grote Franse distributeur altijd op maandag bestelt. Maar maandag week  $X$  is een feestdag in Frankrijk dus plaatst men de order al op vrijdag week  $X-1$ . Of de persoon, die de bestellingen plaatst, heeft een dag vrij en plaatst daarom de order iets eerder of later. Wanneer het hier A-producten betreft weten we dat de vraag hoogstwaarschijnlijk regelmatig is en dat de bestellingen ook regelmatig zouden moeten zijn. We kunnen deze vraag dan uit het vraagpatroon halen. We geven dit grafisch weer in figuur 3.7. Links vinden we de originele vraag. Rechts is deze vraag opgesplitst in een bekend (gearceerd) deel en een onbekend deel.

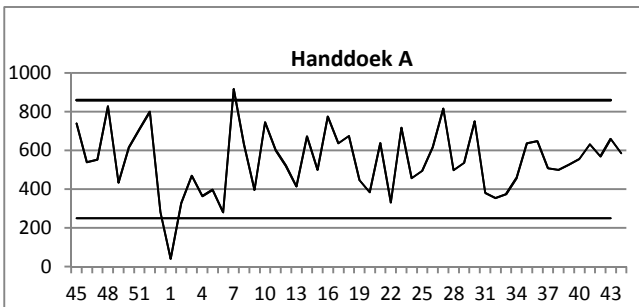


Figuur 3.7 *Vraagdecompositie*

Deze *vraagdecompositie* kunnen we ook toepassen op grote klanten die maar een of twee keer per jaar bestellen op ongeveer dezelfde tijdstippen. Fabrikanten die verdelgingsmiddelen maken voor de aanpak van de katoenkever weten ongeveer wanneer dit beestje zijn kop opsteekt en dus

wanneer het middel klaar moet zijn. Hetzelfde geldt voor de fabrikant van speciale komkommerdozen. Het is ongeveer bekend wanneer de oogst start en men kan de vraag naar papier/karton voor deze dozen als bekend veronderstellen.

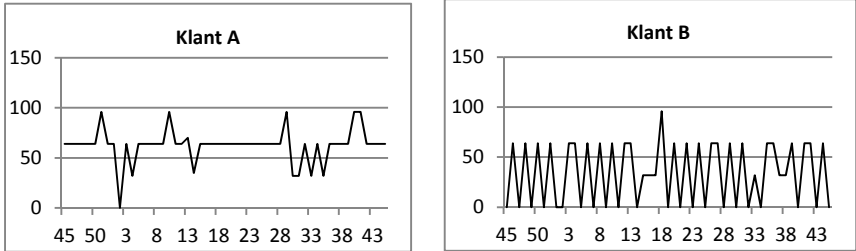
Vaak zien we dat een beperkt aantal klanten verantwoordelijk is voor een groot deel van de vraag. Wat zou er gebeuren als we afspraken konden maken met deze klanten? We geven een voorbeeld van een groothandel die producten levert aan zorginstellingen. Een product dat goed verkoopt (in aantallen) is een bepaalde handdoek. Van de laatste 52 weken is de afzet bekend en weergegeven in figuur 3.8. De gemiddelde afzet was ongeveer 550 stuks per week en de standaardafwijking was ongeveer 165 stuks per week. In deze figuur geven wij ook de  $2\sigma$  boven- (ongeveer 900) en ondergrens (ongeveer 220). Er was ook geen duidelijke trend aanwezig. We zullen later zien dat een goede voorspeller voor dit patroon het gemiddelde is. En we zullen op basis van de spreiding een veiligheidsvoorraad kunnen berekenen volgens de formules uit hoofdstuk 2.



*Figuur 3.8 Afzet van laatste 52 weken*

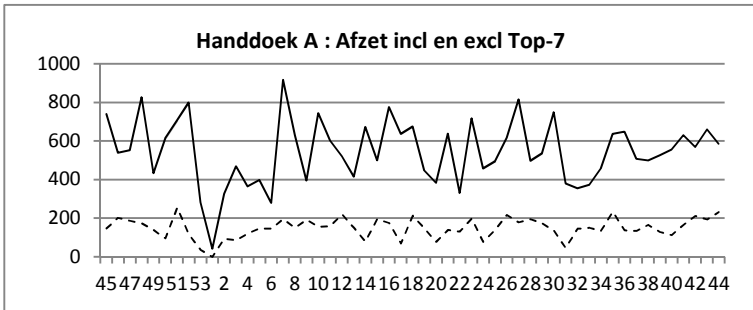
Uitgaande van de uitschietercorrectie zouden week 1 en week 7 uit de data verwijderd moeten worden. Maar voordat we dit deden hebben we het vraagpatroon van de 7 grootste klanten onderzocht. Deze klanten waren goed voor 75% van de afzet. Het bleek dat deze klanten allen volgens een bepaald vast patroon bleken te bestellen (één maal per week, één maal per

twee weken of iets dergelijks) In onderstaand figuur 3.9 geven we enkele frappante afzetpatronen weer.



*Figuur 3.9 Afzetpatronen van twee klanten van laatste 52 weken*

Uitgaande van deze patronen is het handig om met deze grote klanten een vast leverpatroon af te spreken. De vraag van deze klanten hoeven we dan ook niet meer te voorspellen. We weten immers hoeveel en wanneer ze producten gaan afnemen. Nu kunnen we opnieuw naar de afzet kijken waarbij we een onderscheid maken tussen de afzet inclusief de grote klanten en exclusief de grote klanten. Dit geven we weer in figuur 3.10.



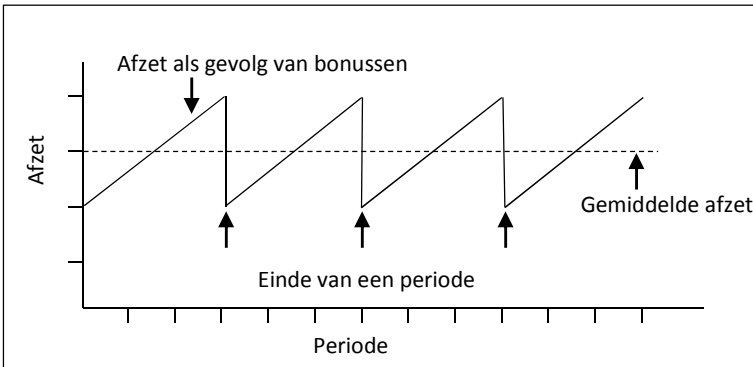
*Figuur 3.10 Afzet in- en exclusief Top 7 klanten*

Het effect van de vraagdecompositie is dramatisch. In dit specifieke geval ging de standaardafwijking van de ruis terug naar ca 40 stuks/week. Ten op

zichte van de oorspronkelijke standaardafwijking van 165 stuks/week een reductie van 75%!

### 3.2.2 Data analyse – tenslotte –

Er zijn nog enkele andere oorzaken waardoor er verstoringen in een (anders regelmatig) vraagpatroon kunnen optreden. In hoofdstuk 2 hebben we het effect van quantumkorting laten zien. Een andere oorzaak kan het bonuseffect zijn. Soms krijgt sales een extra bonus bij het behalen van een zeker target binnen een bepaalde periode. Om dit target te bereiken worden in praktijk op het einde van deze periode orders naar voren getrokken. Gevolg is dat men in het begin van de volgende periode weer orders mist zodat men aan het einde weer van alles moet doen om alsnog de target te halen. We krijgen dan een patroon als in figuur 3.11 te zien is.



Figuur 3.11 Bonuseffect

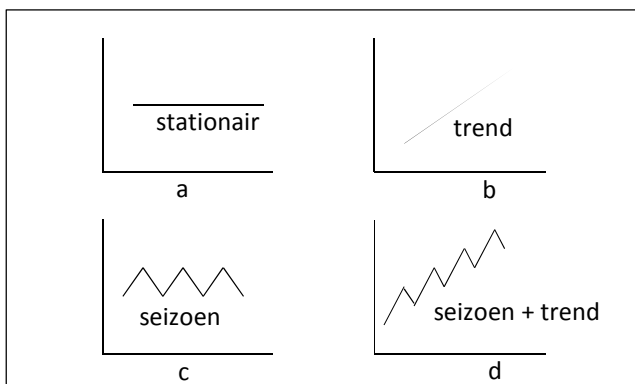
Soms kunnen betalingscondities ertoe leiden dat men altijd in de eerste week van de maand de bestellingen plaatst. In sommige landen is het namelijk gebruikelijk dat goederen gekocht in maand  $T$ , pas betaald hoeven te worden op het einde van maand  $T+1$ . Door al dit soort zaken creëert men extra verstoringen die het voorspelproces bemoeilijken. Wij denken dat reekscorrectie een groot aantal voorspelproblemen kan oplossen zodat het de moeite loont veel tijd te besteden aan dit correctieproces. Wanneer men

tevreden is over de reeks kan men overgaan tot het uiteindelijke voorspellen, waarbij patroonherkenning de eerstvolgende stap is. In de volgende paragraaf laten we de belangrijkste vraagpatronen zien.

### 3.3 Kwantitatieve technieken - een inleiding -

We hebben gezegd dat er een groot aantal technieken bestaat en het daarom moeilijk kan zijn om een goede en geschikte methode te vinden. Het belangrijkste is om een methodiek te kiezen die bij het vraagpatroon past. In deze paragraaf kijken we naar de verschillende vraagpatronen en we leiden de technieken in, die we in de komende paragrafen gaan beschrijven.

In principe kennen we 5 soorten vraagpatronen, waarvan we er vier grafisch weergeven in figuur 3.12.



*Figuur 3.12*      *Verskillende datapatronen*

Het *eerste* patroon (a) is een zogenaamd stationair vraagpatroon. Bij een stationair vraagpatroon beweegt de vraag zich rond een gemiddelde, waarbij dit gemiddelde gedurende de tijd niet (of maar heel weinig verandert). De methoden die men hier kan gebruiken zijn eenvoudig. Deze behandelen we in paragraaf 3.4.

Een *tweede* vraagpatroon (b) is die waarbij de vraag een trend vertoont (positief of negatief). Ook de voorspelmethoden voor dit patroon zijn nog redelijk eenvoudig. Deze behandelen we in paragraaf 3.5.

Een *derde* vraagpatroon (c) is een patroon waar een seizoen in zit. Kerstartikelen of tuinmeubelen zijn een duidelijk voorbeeld. De methodieken die bij deze patronen horen zijn al ingewikkelder. Deze komen ter sprake in paragraaf 3.6.

Het *vierde* patroon (d) is eigenlijk een combinatie van het tweede en derde patroon. Het gaat hier om data waar zowel een trend als een seizoen in zit. Hier vinden we de meest complexe modellen. Ze worden behandeld in paragraaf 3.7.

Naast deze patronen bestaat er nog een patroon dat echter heel moeilijk te onderkennen is. Dat zijn de zogenaamde cyclische patronen, waarin patronen zich elke paar jaar lijken te herhalen. Het gaat hier eigenlijk om een soort seizoensmodellen, waarbij de “seizoenen” ver uit elkaar liggen. Een voorbeeld is de zogenaamde “varkenscyclus”. Wanneer in een bepaald marktsegment veel geld te verdienen is veel spelers toetreden. Er ontstaat veel aanbod en dus veel concurrentie en de prijzen raken onder grote druk. Producenten gaan zich dan terugtrekken of gaan failliet. Daardoor wordt het aanbod weer minder en gaan de prijzen weer omhoog en de cyclus herhaalt zich.

Voordat we een geschikte methode kunnen kiezen moeten we eerst nagaan binnen welk soort vraagpatroon de data zitten. En vervolgens hebben we per vraagpatroon de keuze tussen een aantal technieken. Simpelweg stellen we dat de methodieken complexer worden naarmate er meer factoren van invloed zijn.

Maar hoe kunnen we nu weten in welke categorie we een bepaald vraagpatroon moeten indelen? Een belangrijke indicatie geeft een grafische voorstelling van de reeks. Dan moet eigenlijk al duidelijk af te lezen of er wel of geen trend in de data zit. Is er twijfel dan kunnen we bijvoorbeeld een

regressie-analyse uitvoeren om na te gaan of er een aanwijsbare trend in de data zit. We moeten onderzoeken of de vraag in periode  $t$  ( $D_t$ ) weergegeven kan worden als:

$$D_t = a + e_t \text{ (een stationair model)}$$

Waarbij:  $a =$  Niveau  
 $e_t =$  Ruis (of randomcomponent)

of als:

$$D_t = a + bt + e_t \text{ (een trend model)}$$

Waarbij:  $b =$  trendcomponent

Door middel van regressieanalyse kunnen we nu onderzoeken of  $b$  significant van 0 verschilt. Met andere woorden of er een statistisch aanwijsbare trend inzit. We bekijken dit uitgebreider in paragraaf 3.5.4. Het wordt moeilijker wanneer we een seizoenscomponent moeten vinden in een reeks. Tenzij we van te voren weten dat er seizoenscomponenten zijn, of tenzij het patroon er echt overduidelijk in zit, is een seizoen vaak moeilijk statistisch vast te stellen. En zeker wanneer er ook nog een trendcomponent in zou zitten. In dit soort gevallen moeten we onze toevlucht nemen tot de zogenaamde autocorrelatie-analyse. We behandelen deze hier niet maar verwijzen naar Makridakis e.a. [1978], Hanke e.a. [2005] en Diebold [2007].

In de volgende paragrafen behandelen we een aantal kwantitatieve technieken waarbij we uitgaan van de verschillende vraagpatronen zoals we die zojuist behandeld hebben. De bedoeling is om de werking van de technieken te demonstreren. Wij gaan ervan uit dat de data betrouwbaar zijn en we gaan nog niet diepgaand in op zaken als startwaardeproblemen of bepaling van parameters. Die zaken komen uitgebreid aan de orde in paragraaf 3.9 en 3.10. Voordat we deze modellen behandelen willen we even stilstaan bij een belangrijke impliciete veronderstelling van de te behandelen modellen. Alle modellen die we gaan bekijken gaan er van uit dat een eventueel aanwezig patroon in de data niet of nauwelijks verandert. Dat



impliceert dat geen enkel model in staat is eventuele trendbreuken te voorspellen! Het is daarom zaak om de modellen tijdens het gebruik te blijven valideren. We moeten blijven controleren of er geen vreemde dingen gebeuren/gebeurd zijn en of het soms noodzakelijk is parameters aan te passen of zelfs modellen te veranderen. Dit proces noemen we tracking and tracing en we behandelen dit uitgebreider in paragraaf 3.11. We geven de modellen zodat de geïnteresseerde deze kan programmeren in Excel. Voor de afleidingen verwijzen we naar de literatuur.

### 3.4 Modellen voor data zonder trend of seizoen

#### 3.4.0 Inleiding

Als eerste behandelen we technieken voor patronen zonder trend of seizoen. We noemen dit een stationair datapatroon waarbij alle waarden zich rond een bepaald gemiddelde bewegen, waarbij dit gemiddelde niet of nauwelijks verandert. Als voorbeeld nemen we een eenvoudige datareeks die we weergeven in tabel 3.2.

Periode	1	2	3	4	5	6
Reeks I	10	8	12	9	11	10

Tabel 3.2 Voorbeeld datareeks zonder trend

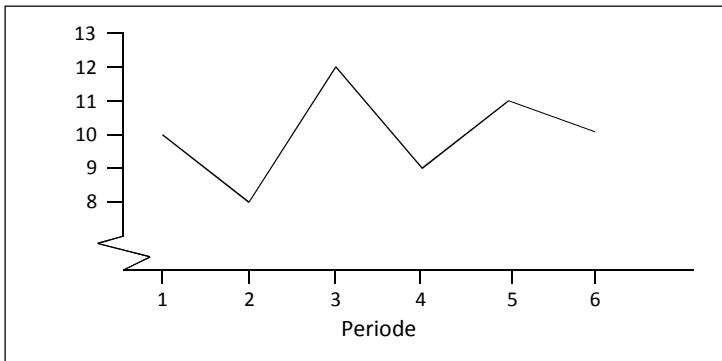
We kijken ook naar de notatie die we in dit hoofdstuk gaan gebruiken.

- $X_t$  = Realisatie van periode t (of afzet)
- $F_t$  = Voorspelling voor periode t
- $e_t$  = Voorspelfout voor periode t ( $X_t - F_t$ )

Eigenlijk moeten we aangeven wanneer we die voorspelling voor periode  $t$  gemaakt hebben. Is dat in de vorige periode gebeurd ( $t-1$ ) of bijvoorbeeld 4 perioden eerder ( $t-4$ ). Om dit onderscheid te maken moeten we eigenlijk spreken van  $F_{t-n,t}$ : de voorspelling voor periode  $t$  gemaakt in periode  $t-n$ . Hoewel dit zeker interessant is kijken we nu alleen naar de meest recente

voorspelling  $F_{t-1,t}$  die we gemakshalve  $F_t$  zullen blijven noemen. We gaan ook even voorbij aan het praktische probleem dat getallen vaak niet tijdig beschikbaar zijn.

Goed, na al deze inleidingen kunnen we eindelijk gaan voorspellen. Als eerste stap geven we de datareeks grafisch weer in figuur 3.13, omdat we daar al vaak allerlei dingen aan kunnen zien.



*Figuur 3.13 Grafische weergave data tabel 3.2*

In dit eenvoudige geval was dat misschien niet nodig, maar indien we reeksen met enige tientallen gegevens moeten analyseren is dit wel nuttig.

Het algemene model voor dit datapatroon kunnen we schrijven als:

$$X_t = a + e_t$$

De data bewegen rond een niveau  $a$ . In ons voorbeeld zit hoogstwaarschijnlijk geen trend en kunnen we kijken naar methoden die hiervoor geschikt zijn.

### 3.4.1 De Naïeve Forecast (NF-1)

We hebben data van de laatste 6 perioden ter beschikking en de vraag is nu om periode 7 te voorspellen ( $F_7$ ). De meest eenvoudige methode is om als

voorspelling voor periode 7, de realisatie te nemen van periode 6. Deze methode noemen we de zogenaamde Naïeve Forecast en omdat we later nog meer methodieken van dit type tegenkomen noemen we hem NF-1. In algemene formulevorm is dit

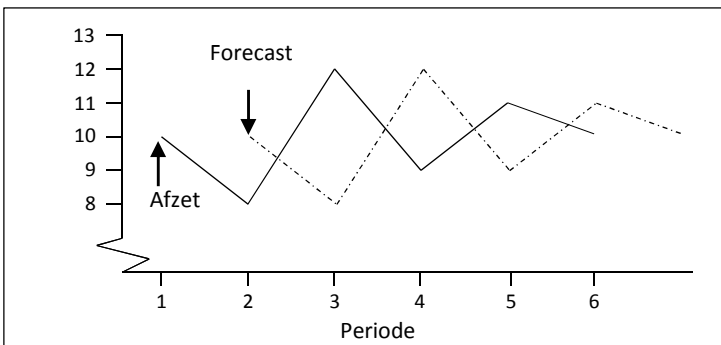
$$F_t = X_{t-1}$$

Een heel eenvoudige methodiek maar in sommige gevallen best bruikbaar. Zeker wanneer de vraag vrij stabiel is, kan deze methode redelijke resultaten geven. Het grote voordeel van deze methode is dat hij eenvoudig is en door iedereen te begrijpen. We kunnen hem ook als benchmark gebruiken; meer complexe methoden moeten eerst maar bewijzen dat ze een meerwaarde hebben. In onderstaande tabel 3.3 gebruiken we NF-1 om de vraag te voorspellen en we meteen de voorspelfout  $e_t$  berekenen.

T	1	2	3	4	5	6	7
$X_t$	10	8	12	9	11	10	
$F_t$		10	8	12	9	11	<b>10</b>
$e_t$		-2	4	-3	2	-1	

Tabel 3.3 Voorspelling en voorspelfout bij NF-1 methode

We geven het resultaat ook nog eens grafisch weer in figuur 3.14.



Figuur 3.14 Grafische weergave NF-1 voorspelmethode

Bij de NF-1 methode maken we alleen maar gebruik van de laatste waarneming terwijl we toch meer informatie ter beschikking hebben. Andere technieken maken hier wel gebruik van.

### 3.4.2 Het gemiddelde

We kunnen ook gebruik maken van *alle* informatie die we hebben, door als voorspelling het gemiddelde te nemen van alle beschikbare gegevens. In ons geval betekent dat we voor de voorspelling  $F_7$  het gemiddelde moeten nemen van de 6 realisaties. In dit geval is dat 10. Ook dit is een extreme situatie, evenals de NF-1 methode. Moeten we écht alle getallen meenemen of kunnen we volstaan met een beperkt aantal historische data?

### 3.4.3 Het voortschrijdend gemiddelde (VG-N)

Het voortschrijdend gemiddelde neemt het gemiddelde van de laatste  $N$  waarnemingen (vandaar de naam VG- $N$ ). In formulevorm is dan de voorspelling voor periode  $t$  ( $F_t$ ) gelijk aan:

$$F_t = \frac{\sum_{i=1}^N X_{t-i}}{N}$$

Omdat we  $N$  getallen nodig hebben om een voorspelling te maken is de eerste periode die we kunnen voorspellen  $N+1$ . Als we weer uitgaan van de getallenreeks uit tabel 3.3 en voor  $N$  de waarde 3 kiezen, is de eerste voorspelling mogelijk voor periode 4. Deze  $F_4$  is gelijk aan 10 ( $[10+8+12]/3$ ). De overige voorspellingen geven we weer in tabel 3.4.

T	1	2	3	4	5	6	7
$X_t$	10	8	12	9	11	10	
$F_t$				10	9,7	10,7	10
$e_t$				-1	1,3	-0,7	

Tabel 3.4 Voorspelling en voorspelfout bij VG ( $N=3$ )

Probleem bij deze methodiek is de keuze van  $N$ . Wanneer we  $N$  gelijk aan 1 nemen hebben we de NF-1 methode en wanneer we in dit geval  $N=6$  nemen komt dit overeen met het gemiddelde. Hoe groter  $N$ , des te meer worden variaties uitgemiddeld, maar willen we dit wel?

Het voortschrijdend gemiddelde is echter een beetje vreemde methode. We gebruiken een *beperkt* aantal waarnemingen, die we allemaal *even zwaar* laten meewegen. We kunnen dit laatste ondervangen door aan elke waarneming een bepaald gewicht toe te kennen.

### 3.4.4 Gewogen voortschrijdend gemiddelde

Het gewogen voortschrijdend gemiddelde is een uitbreiding van het voortschrijdend gemiddelde waarbij we aan elke term een bepaald gewicht toekennen. We kunnen nu bijvoorbeeld meer gewicht toekennen aan meer recente waarnemingen. We geven een voorbeeld waarbij we opnieuw  $N=3$  nemen. De meest recente waarneming laten we drie keer meetellen, de volgende waarneming twee keer en de oudste waarneming één keer:

$$F_t = \frac{3 \times X_{t-1} + 2 \times X_{t-2} + 1 \times X_{t-3}}{3 + 2 + 1}$$

We delen door 6 omdat de som van de weeggewichten gelijk moet zijn aan 1, analoog aan het ongewogen voortschrijdend gemiddelde. We tellen in het voorbeeld als het ware 6 getallen bij elkaar op.

Wanneer we volgens deze methodiek voorspellen krijgen we tabel 3.5.

<b>T</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>X<sub>t</sub></b>	10	8	12	9	11	10	
<b>F<sub>t</sub></b>				10,3	9,8	10,5	<b>10,2</b>
<b>e<sub>t</sub></b>				-1,3	1,2	-0,5	

Tabel 3.5 Voorspellingen en voorspelfout met gewogen voortschrijdend gemiddelde

De voorspelling voor periode 4 werd berekend als:

$$F_t = \frac{3 \times X_{t-1} + 2 \times X_{t-2} + 1 \times X_{t-3}}{3 + 2 + 1} = \frac{36 + 16 + 10}{6} = 10.3$$

In ons voorbeeld hebben we wel meer gewicht toegekend aan meer recentere waarnemingen maar we nemen nog steeds maar een beperkt aantal waarnemingen mee. Verder is de toekenning van de gewichten een extra probleem. Een methode die hier enigszins aan tegemoet komt is de Single Exponential Smoothing methode.

### 3.4.5 Single Exponential Smoothing (SES)

Single Exponential Smoothing is een methode die het meeste gewicht toekent aan de meest recente waarneming en minder gewicht aan minder recente waarnemingen door middel van een zogenaamde smoothing factor  $(1-\alpha)$ . De meest recente waarneming krijgt een gewicht van  $(1-\alpha)^0$ , de volgende een gewicht van  $(1-\alpha)^1$  etc. Vandaar de naam “*Exponential smoothing*”. De voorspelling  $F_t$  wordt dan als volgt opgebouwd:

$$F_t = (1 - \alpha)^0 X_{t-1} + (1 - \alpha)^1 X_{t-2} + (1 - \alpha)^2 X_{t-3} + \dots$$

Maar ook nu moeten we er voor zorgen dat de gewichten optellen tot 1. Er geldt:

$$\sum_{i=1}^{\infty} (1 - \alpha)^i = \frac{1}{\alpha}$$

Dus we moeten alle termen nog eens met  $\alpha$  vermenigvuldigen. Na deze correctie vinden we als uitdrukking voor  $F_t$ :

$$F_t = \alpha(1 - \alpha)^0 X_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^1 X_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^2 X_{t-3} + \dots$$

Ook niet echt een uitdrukking om vrolijk van te worden, daarom passen we een paar trucs toe. Wanneer bovenstaande uitdrukking geldt, dan geldt ook, wanneer we  $t$  door  $t-1$  vervangen:

$$F_{t-1} = \alpha(1 - \alpha)^0 X_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^1 X_{t-3} + \alpha(1 - \alpha)^2 X_{t-4} + \dots$$

De volgende truc is om bovenstaande links en rechts te vermenigvuldigen met  $(1-\alpha)$ . Dan vinden we:

$$(1 - \alpha)F_{t-1} = \alpha(1 - \alpha)^1 X_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^2 X_{t-3} + \alpha(1 - \alpha)^3 X_{t-4} + \dots$$

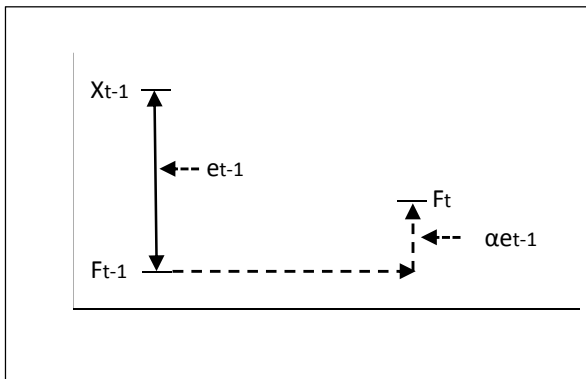
Nu trekken we deze uitdrukking af van  $F_t$ , waarbij alle  $X_{t-2}, X_{t-3}, \dots$  termen tegen elkaar wegvallen en we de volgende uitdrukking vinden:

$$F_t - (1 - \alpha)F_{t-1} = \alpha(1 - \alpha)^0 X_{t-1} \rightarrow F_t = (1 - \alpha)F_{t-1} + \alpha X_{t-1}$$

En dit kunnen we schrijven als:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(X_{t-1} - F_{t-1}) = F_{t-1} + \alpha e_{t-1}$$

Maar wat betekent deze uitdrukking nu eigenlijk? Daarvoor kijken we naar figuur 3.15.



*Figuur 3.15 Grafische weergave Single Exponential Smoothing*

We zien dat  $F_t$  gelijk is aan de voorspelling voor  $F_{t-1}$  met een correctie ter grootte van  $\alpha e_{t-1}$ , waarbij  $e_t$  gelijk is aan  $X_{t-1} - F_{t-1}$ . Uit figuur 3.14 volgt dat we voor periode  $t-1$  te laag voorspeld hadden ( $X_{t-1} - F_{t-1}$  is positief zoals in figuur 3.14 te zien is), dus verhogen we  $F_{t-1}$  een beetje om te komen tot de nieuwe voorspelling ( $F_t$ ). Om precies te zijn verhogen we met  $\alpha e_{t-1}$ . Zaten we te hoog ( $X_{t-1} - F_{t-1}$  is negatief), dan verlagen we met dezelfde factor. De vraag is natuurlijk hoe groot die correctie (smoothing) factor  $\alpha$  moet zijn. We kunnen zien dat wanneer we  $\alpha$  gelijk kiezen aan 1, SES overgaat in een NF-1 methode. Immers:

$$F_t = F_{t-1} + 1 \times e_t \rightarrow F_t = F_{t-1} + X_{t-1} - F_{t-1} \rightarrow F_t = X_{t-1}$$

Als we voor  $\alpha$ , 0 nemen gebeurt er helemaal niets met toekomstige voorspellingen. Deze zullen allemaal gelijk zijn aan de eerste voorspelling  $F_1$ .

$$F_t = F_{t-1} + 0 \times e_{t-1} \rightarrow F_t = F_{t-1}$$

Er vindt immers geen correctie plaats. Grote waarden van  $\alpha$  (in de buurt van 1) zullen resulteren in sterke correcties, lage waarden voor  $\alpha$  resulteren in kleine correcties. In tabel 3.6 geven we een voorbeeld voor  $\alpha=0,1$  en  $\alpha=0,9$  om dit te demonstreren. We moeten wel een probleem oplossen voor de waarde van de eerste voorspelling,  $F_1$ . Deze maakt immers gebruik van  $F_0$  en  $X_0$ , maar deze bestaan niet! Voor  $F_1$  nemen we in dit geval  $X_1$ . Dit startwaardeprobleem behandelen we later in paragraaf 3.9.

T	$X_t$	$\alpha=0,1$		$\alpha=0,9$	
		$F_t$	$e_t$	$F_t$	$e_t$
1	10	10	0	10	0
2	8	$10+0,1*0=10$	-2	$10+0,1*0=10$	-2
3	12	$10-0,1*2=9,8$	2,2	$10-0,9*2=8,2$	3,8
4	9	$9,8+0,1*2,2=10$	-1	$8,2+0,9*3,8=11,6$	-2,6
5	11	$10-0,1*1=9,9$	1,1	$11,6-0,9*2,6=9,3$	1,7
6	10	$9,9+0,1*1,1=10$	0	$9,3+0,9*1,7=10,8$	-0,8
7		$10+0,1*0=10$		$10,8-0,9*0,8=10,1$	

Tabel 3.6 Voorspellingen en voorspelfout met single exponential smoothing



We zien in bovenstaande tabel dat de voorspellingen voor  $\alpha=0,1$  niet veel van elkaar verschillen en dicht bij de startwaarde blijven. Voor  $\alpha=0,9$  zijn de schommelingen groter. Dit betekent dat de keuze van de smoothing factor van invloed kan zijn op de voorspellingen. Rest natuurlijk de vraag hoe groot  $\alpha$  moet zijn. In praktijkomgevingen kiezen we normaliter voor een relatief kleine  $\alpha$  die tussen 0,1 en 0,3 ligt. We nemen immers aan dat het gemiddelde niet of nauwelijks verandert.

We hebben nu een aantal methodieken voor data zonder trend behandeld en we zetten de resultaten op een rijtje in tabel 3.7.

Methode	$F_t$
Naïeve-Forecast NF-1	10
Gemiddelde	10
Voortschrijdend gemiddelde (VG-3)	10
Gewogen Voortschrijdend Gemiddelde	10,3
Single Exponential Smoothing $\alpha=0,1$	10
Single Exponential Smoothing $\alpha=0,9$	10,1

*Tabel 3.7      Vergelijking diverse voorspeltechnieken voor data zonder trend*

We zien dat de uitkomsten elkaar niet veel ontlopen. Dit kan natuurlijk toeval zijn, maar het zijn wel allemaal methodieken die uitgaan van dezelfde veronderstelling in het datapatroon. Maar hoe bepalen we welke methode “de beste” is of hoe bepalen we de “juiste” parameterwaardes voor  $\alpha$  en  $N$ ? Deze problematiek behandelen we in paragraaf 3.10.

### 3.5      Modellen voor data met een trend

#### 3.5.0    Inleiding

In deze paragraaf kijken we naar datapatronen met een trend. Het onderliggende vraagpatroon ziet er uit als:

$$X_t = a + bt + e_t$$

In tabel 3.8 geven we een voorbeeld. ( $a=6$ ,  $b=1$  en  $e_t=0$ ).

<b>T</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
$X_t$	7	8	9	10	11	12	

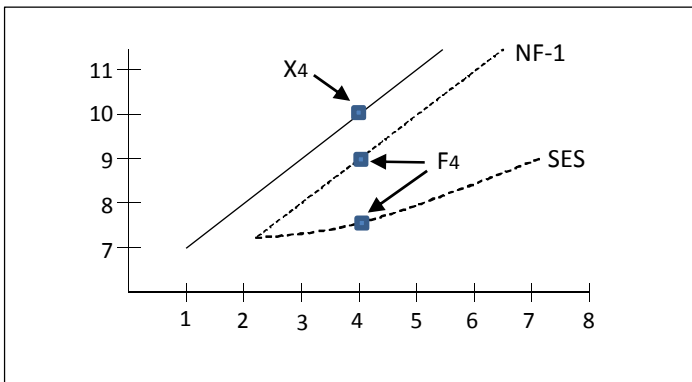
Tabel 3.8 Voorbeeld datapatroon met trend

We gaan nu een voorspelling voor periode 7 bepalen op basis van de eerder behandelde NF-1 methode en een SES-model met  $\alpha=0,1$ . De resultaten geven we weer in tabel 3.9.

<b>T</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
$X_t$	7	8	9	10	11	12	
$F_t$ (NF-1)		7	8	9	10	11	<b>12</b>
$F_t$ (SES $\alpha=0,1$ )		7	7,1	7,3	7,6	7,9	<b>8,3</b>

Tabel 3.9 Voorspelling volgens NF-1 en single exponential smoothing

We geven de resultaten ook nog eens grafisch weer in figuur 3.16 om het probleem van de gebruikte methodieken duidelijk te maken.

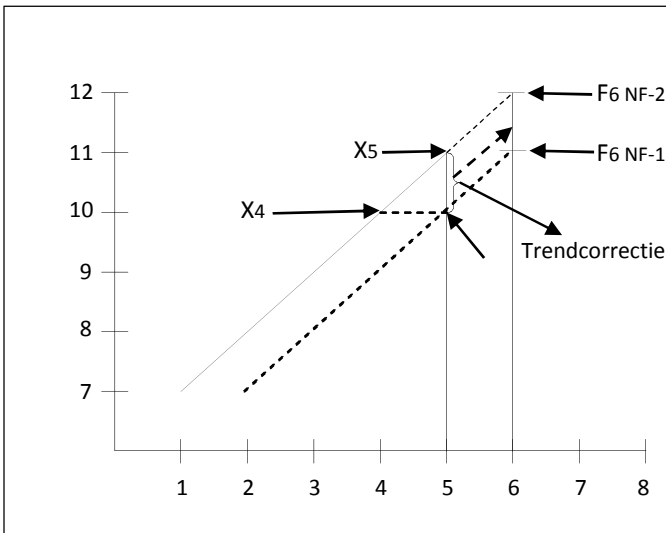


Figuur 3.16 Grafische weergave NF-1 methode en Single Exponential smoothing

We zien dat de voorspellingen achter de feiten blijven aanlopen. Zelfs de NF-1, die in principe het hardste corrigeert, ijlt na. Blijkbaar zijn deze methodieken niet geschikt voor datapatronen met een trend, en moeten we onze toevlucht zoeken tot andere technieken. In de volgende sub-paragrafen kijken we naar de NF-2 methode, de methode van Brown, de methode van Holt en lineaire regressie.

### 3.5.1 Naïeve Forecast (NF-2)

Net als bij de datapatronen zonder trend kijken we eerst naar een eenvoudige methode die we NF-2 zullen noemen. Deze is namelijk een uitbreiding op de NF-1 methode. In figuur 3.17 laten we nog eens zien wat er gebeurt als we data met een trendpatroon proberen te voorspellen met een NF-1 methode.



*Figuur 3.17 Resultaten NF-1 methode bij trend data*

Als we periode 6 willen voorspellen via de NF-1 methode ( $F_{6,NF-1}$ ) weten we dat we te laag voorspellen. In ons voorbeeld is  $F_6$  gelijk aan 11, omdat  $X_5$  gelijk was aan 11. Dit kan niet goed zijn, omdat we de trend niet meenemen. Maar hoe groot is die trend? Eenvoudig gezegd zouden we kunnen zeggen dat de trend het verschil is tussen de laatste twee realisaties,  $X_5$  en  $X_4$ . We corrigeren daarom de NF-1 methode met deze trendfactor. Daarmee wordt de voorspelling voor periode 6 ( $F_6$ ), volgens de NF-2 methode:

$$F_6 = X_5 + (X_5 - X_4) = 2X_5 - X_4$$

Meer algemeen kunnen we de NF-2 methode formuleren als:

$$F_t = 2X_{t-1} - X_{t-2}$$

We gebruiken deze methode om te komen tot een voorspelling voor periode 6 ( $F_6$ ). Die wordt dan:

$$F_6 = 2X_5 - X_4 = 2 \times 11 - 10 = 12$$

Dus bij datapatronen met een trend kunnen we de NF-2 gebruiken als een soort benchmark. We behandelen nu twee methodieken die verwant zijn aan de SES-methode, met dien verstande dat zij ook gebruik maken van smoothing parameters.

### 3.5.2 De methode van Brown

Een veel gebruikte methode die men gebruikt in het geval data een trendpatroon vertonen is de methode van Brown [1963], ook wel Double Exponential Smoothing (DES) genaamd. Het is dus een uitbreiding van de SES-methode. Bij Brown wordt ook de trendcomponent geëffend. We leiden de bijbehorende formules niet af, maar geven ze meteen. De voorspelling voor  $F_{t+m}$ , waarbij  $m$  het aantal periodes is dat we vooruit willen voorspellen, berekenen we via:

$$F_{t+m} = a_t + b_t \times m$$

Waarbij de uitdrukkingen voor  $a_t$  en  $b_t$  de volgende zijn:

$$a_t = 2S_t' - S_t''$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \times (S_t' - S_t'')$$

$$S_t' = \alpha X_t + (1 - \alpha) \times S_{t-1}'$$

$$S_t'' = \alpha S_t'' + (1 - \alpha) \times S_{t-1}''$$

Het lijkt allemaal complex, maar in feite is het rechttoe rechtaan doorrekenen, waarbij een spreadsheetprogramma wonderen kan verrichten. Ook hier moeten we een waarde voor  $\alpha$  kiezen. Evenals bij SES zal een redelijke waarde voor  $\alpha$  tussen 0,1 en 0,3 liggen. In bijlage 1 geven we een voorbeeld van de methode van Brown.

Het voordeel van deze methode is dat we slechts één parameter hoeven te kiezen. Het nadeel is dat we dezelfde parameter gebruiken voor zowel trend als niveau. De volgende methode die we bekijken gebruikt twee verschillende parameters.

### 3.5.3 De methode van Holt

We geven eerst het formularium van de methode van Holt [1957] en daarna kijken we hoe de voorspellingen volgens deze methode zijn opgebouwd.

$$F_{t+m} = a_t + b_t \times m$$

$$a_t = F_t + \alpha e_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \alpha \beta e_t$$

Er zijn nu twee smoothing-parameters die we moeten schatten. De parameter  $\alpha$  voor het niveau en de parameter  $\beta$  voor de trend. De

grenswaarden voor  $\alpha$  en  $\beta$  vindt de lezer in tabel 3.11. De afleiding om te komen tot deze waarden is te vinden in bijlage 2.

	$\alpha$	$\beta$
Bovengrens	0,51	0,18
Ondergrens	0,19	0,05

Tabel 3.11      *Onder en bovengrenzen voor  $\alpha$  en  $\beta$*

Zoals eerder gezegd kijken we in paragraaf 3.9 en 3.10 naar de uiteindelijke keuze van de parameterwaarden. Een laatste methode om voorspellingen te maken voor data zonder trend is de lineaire regressie, die standaard ingebouwd is in Excel.

#### 3.5.4      **Lineaire regressie**

Lineaire regressie is een methode die het verband legt tussen twee variabelen. Bijvoorbeeld tussen temperatuur en ijsconsumptie of tussen reclame-uitgaven en afzet. Maar ook de tijd kan een variabele zijn. In dat geval spreken we van auto-regressie. De reeks wordt alleen met zichzelf gecorreleerd. Omdat we in het kader van dit boek alleen naar tijdreeksen kijken beperken wij ons dan ook tot deze laatste soort modellen. We gaan niet in op de berekeningen, omdat Excel deze voor ons uitvoert en zal me beperken tot het concept *lineaire regressie* en de interpretatie van de resultaten. Voor meer achtergrondinformatie verwijzen wij graag naar statistiekboeken.

Om het concept duidelijk te maken geven wij een klein voorbeeld. In figuur 3.18 ziet u de verkopen weer van product XYZ van de laatste 10 weken.

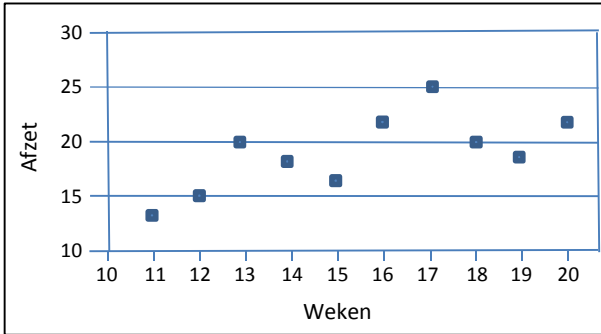
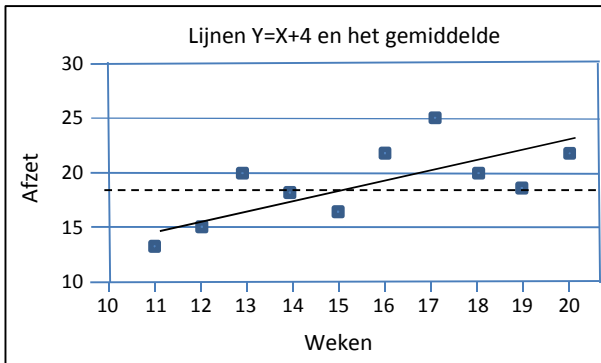


Fig 3.18 Verkopen product XYZ laatste 10 weken

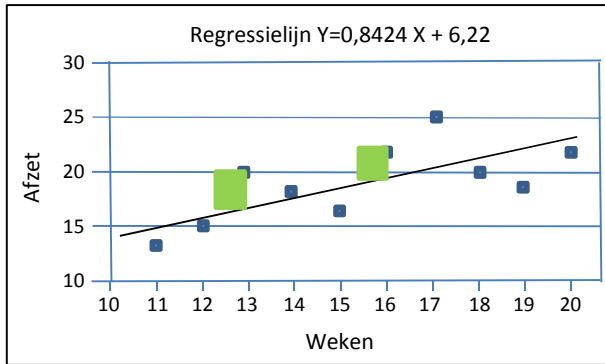
de vraag is wat de verkopen gaan worden in week 21? Een eenvoudige methode zou zijn om het gemiddelde te nemen van de laatste 10 perioden (dat is in dit geval 19). In wiskundige termen de lijn  $y=19$ . Maar kijkend naar figuur 3.18 lijkt het alsof we iets “beters” kunnen verzinnen. Deze “betere” lijn,  $y=x+4$ , geven we samen met gemiddelde weer in figuur 3.19.



Figuur 3.19 Lijn  $Y=X+4$  en het gemiddelde

Maar waarom zou deze “betere-lijn” beter zijn dan het gemiddelde. Op het oog lijkt deze beter te passen, maar we zullen een objectief criterium nodig hebben. Door elke puntenwolk kunnen we een lijn trekken die het beste

past, waarbij we “beste” definiëren als: “de som van de kwadraten van de afwijkingen is minimaal”. Visueel is dat mooi te zien in figuur 3.20. Het kwadraat van een afwijking is gelijk aan de oppervlakte van een vierkantje.



Figuur 3.20      *Regressielijn  $Y=0,8424X + 6,22$*

De som van alle oppervlakten is de afwijking behorende bij een bepaalde lijn. De “best-passende” lijn is die lijn waarbij de som van de oppervlakten minimaal is. In paragraaf 3.9 zullen we zien dat deze som, gedeeld door het aantal waarnemingen, de Mean Squared Error (MSE) heet. De MSE voor de “gemiddelde-lijn” bedraagt 11,8 en voor de lijn  $y=x+4$  is de MSE 6,7. (voor details zie bijlage 3). In het ideale (maar utopische) geval kan de MSE gelijk zijn aan nul. In dat geval liggen alle waarnemingen op de regressielijn. Met behulp van lineaire regressie vinden we dat de beste lijn gegeven wordt door de lijn  $y=0,8242x + 6,22$ . Deze trendlijn wordt automatisch voor u in Excel berekend. De bijbehorende MSE is 6,2. Als we nu de voorspelling voor periode 21 ( $F_{21}$ ) berekenen vinden we de voor de verschillende lijnen de volgende uitkomsten:

- $F_{21}$  (gemiddelde)            = 19
- $F_{21}$  ( $y=x+4$ )                = 25
- $F_{21}$  ( $y=0,8242x+6,22$ )   = 23,5



## Enkele kanttekeningen bij lineaire regressie

Voordat iedereen nu meteen lineaire regressie gaat gebruiken zijn enkele kanttekeningen op zijn plaats. De eerste vraag is natuurlijk hoe goed de lijn is die uit de lineaire regressie komt. We zijn altijd in staat een “beste-lijn” te bepalen die een minimale MSE geeft, maar dit zegt nog niet zo veel. Is die lijn bijvoorbeeld beter dan het eenvoudig te berekenen gemiddelde en zo ja hoeveel? Dat kunnen we afleiden uit de zogenaamde *determinatie coëfficiënt*  $r^2$ . Deze parameter is gedefinieerd als:

$$r^2 = 1 - \frac{\text{MSE voor 'beste' regressielijn}}{\text{MSE voor 'gemiddelde' lijn}}$$

In ons voorbeeld geldt:

$$r^2 = 1 - \frac{6,2}{11,8} = 0,475$$

Voor een perfecte lijn (alle punten liggen op één lijn) is de MSE gelijk aan 0, en daardoor de determinatiecoëfficiënt  $r^2$  gelijk aan 1. Een waarde van 0,475 is niet echt geweldig. In praktijk zouden we graag willen dat deze parameter toch zeker groter is dan 0,7 of 0,8.

Een tweede indicatie heeft te maken met de waarde van  $a$  in de lijn  $y=ax+b$ . Is  $a$  echt groter dan nul? Of anders gezegd, hadden we niet gewoon het gemiddelde  $b$  kunnen gebruiken. In ons voorbeeld was  $a$  ongeveer gelijk aan 0,8. Dat lijkt groter dan nul, maar is  $a$  ook statistisch groter dan 0? Elke regressieanalyse geeft een betrouwbaarheidsinterval voor  $a$  en zolang 0, maar niet voorkomt in dit interval mogen we aannemen dat  $a$  significant van 0 verschilt. Op deze manier kunnen we dus ook achterhalen of data een (statistisch significante) trend vertonen. In ons voorbeeld was  $a$  significant groter dan nul. Voor meer informatie verwijzen wij graag naar de literatuur.

Tenslotte gaan we kijken naar datapatronen waar een seizoen in zit.

## 3.6 Modellen voor data met een seizoen

### 3.6.0 Inleiding

In veel datapatronen komt een seizoen voor. Voor kerstartikelen is dat natuurlijk duidelijk, maar er zijn meer producten die gedurende enkele maanden van het jaar meer afzet vertonen. We verbruiken in de winter meer gas dan in de zomer. In de zomermaanden verkopen we meer vakantiegerelateerde producten. Soms komen we ook zelfgecreëerde seizoenspatronen tegen. Wanneer we vertegenwoordigers belonen met een bonus als ze een bepaalde kwartaalomzet halen, zien we vaak een piek op het einde van een kwartaal en een dal aan het begin van een kwartaal. Het onderliggende data patroon heeft de volgende vorm:

$$X_t = aI_t + e_t$$

De factor  $I_t$  in bovenstaande vergelijking is een seizoensindex. We beginnen opnieuw met een naïef model.

#### 3.6.1 Naïeve Forecast – NF-3

Bij seizoenspatronen hebben we te maken met een patroon dat elke perioden ( $L$ ) terugkomt.  $L$  noemen we de lengte van het seizoen. We kunnen dan meteen het model voor de NF-3 methode opstellen:

$$F_t = X_{t-L}$$

Als het seizoen één jaar is betekent dit dat de voorspelling voor bijvoorbeeld week 30 van jaar 2011, de realisatie van week 30 van 2010 is. Maar natuurlijk zijn er andere, meer geavanceerde methodieken. Net zoals we bij andere patronen exponential smoothing modellen hadden, bestaat iets dergelijks ook voor seizoenspatronen.

### 3.6.2 De methode van Winters (I)

De methode van Winters [1960] wordt vaak gebruikt voor data met seizoen én trend, maar is eenvoudig te herleiden tot een puur seizoens model. Opnieuw geven we het formularium zonder afleiding:

$$F_{t+m} = a_t \times I_{t-L+m}$$
$$a_t = a_{t-1} + \frac{\alpha e_t}{I_{t-1}}$$
$$I_t = I_{t-1} + \gamma \frac{(1 - \alpha)e_t}{a_t}$$

De factor  $I_t$  is de seizoensfactor, en we zien een nieuwe smoothingfactor,  $\gamma$ , verschijnen. Deze smoothingfactor is gerelateerd aan het seizoen zoals we in bovenstaande vergelijking van  $I_t$  kunnen zien. Het bepalen van  $I$  kan een probleem opleveren, omdat daar nog al wat data voor nodig zijn. We moeten daarbij denken aan een paar maal de lengte van het seizoen. Om te bepalen of bijvoorbeeld in januari structureel (statistisch gezien) meer verkocht wordt dan in maart, moeten we toch minstens vier (liefst vijf of zes) gegevens van de maanden januari en maart hebben. Dat betekent een geschiedenis van minstens 4 jaar en vaak is die er niet. Een tweede probleem met de seizoensindexen is dat we soms met een “seizoen” te maken hebben dat elke keer op een andere dag valt. Klassiek in deze zijn feestdagen als Pasen en Pinksteren. We weten dat er een piek in de verkopen komt en ook nog eens ongeveer wanneer, maar het exacte tijdstip is niet elk jaar hetzelfde, seizoensmodellen kunnen hier niet mee overweg. De lengte van het seizoen verandert immers. Al met al zijn seizoensmodellen complexer dan niet-seizoensmodellen.

## 3.7 Modellen voor data met trend en seizoen

### 3.7.0 Inleiding

Het meest complexe datapatroon is die waarbij er zowel een seizoen als een trend in de data zit. Het onderliggende datapatroon is:

$$X_t = (a + bt) \times I_t + e_t$$

Voor dit soort patronen moeten we al drie smoothing parameters gaan bepalen; voor het niveau, voor de trend en voor het seizoen. Gelukkig hebben we daar bij de naïeve methode nog geen last van.

#### 3.7.1 Naïeve forecast – NF-4

De NF-4 methode is een combinatie van NF-2 en NF-3. Wanneer we de afzet in maart 2011 willen voorspellen, moeten we niet alleen kijken naar maart 2010 maar ook naar maart 2009 en maart 2008. Daarmee kunnen we ook de trend in het model meenemen. Dit is (analoog aan NF-2) het verschil tussen maart 2010 en maart 2009. De voorspelling  $F_t$  wordt nu:

$$F_t = X_{t-L} + (X_{t-L} - X_{t-2L}) = 2X_{t-L} - X_{t-2L}$$

In de praktijk zien we dat een variant van deze methode geregeld gebruikt wordt. De verkopen voor maart van dit jaar zijn de verkopen van maart vorig jaar plus  $x\%$ . Dus:

$$F_t = X_{t-L} \times (1 + x\%)$$

Hierbij wordt impliciet een trend ( $x\%$ ) meegenomen. Maar ook voor dit soort datapatronen kennen we een meer geavanceerde methodiek.

### 3.7.2 De methode van Winters (II)

Het formularium van Winters [1960] is gelijk aan die voor het seizoensgeval maar met de uitbreiding voor de trend. De formules luiden:

$$F_{t+m} = (a + b_t m) \times I_{t-L+m}$$

$$I_t = I_{t-L} + \gamma \frac{(1 - \alpha)e_t}{a_t}$$

$$b_t = b_{t-1} + \frac{\alpha\beta e_t}{I_{t-L}}$$

$$a_t = a_{t-1} + b_{t-1} + \frac{\alpha e_t}{I_{t-L}}$$

We zien een aantal bekende uitdrukkingen terug:  $a_t$  voor het niveau,  $b_t$  voor de trend en  $I_t$  voor het seizoen. We zien ook dat voor dit soort patronen drie smoothing parameters,  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$  geschat moeten worden. In paragraaf 3.5.3 hebben we al een uitspraak gedaan over de boven en ondergrenzen voor  $\alpha$  en  $\beta$  bij de methode van Holt. Deze waarden gelden ook voor de seizoensmodellen van Winters. Voor de smoothing parameter  $\gamma$  nemen we als ondergrens ook 0,1 en als bovengrens 0,5 (Silver [1998]).

We geven de waarden voor  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$  nog eens weer in tabel 3.12.

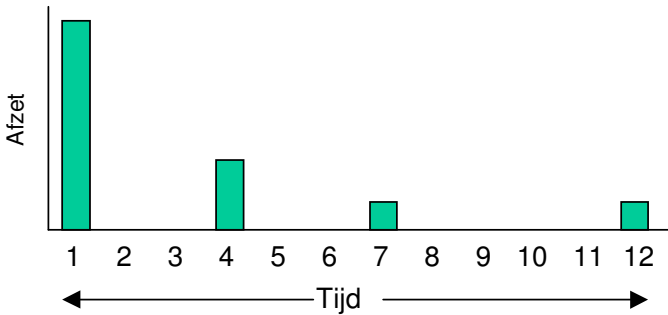
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Bovengrens	0,51	0,18	0,5
Ondergrens	0,19	0,05	0,1

Tabel 3.12 Onder en bovengrenzen voor  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$

Het bepalen van goede waarden voor deze smoothing parameters, ook in samenhang met de startwaarden die we moeten kiezen, brengt veel rekenwerk met zich mee. Maar de computer kan hier hand- en spandiensten verrichten (zie ook 3.11). Resteert nog een situatie waarbij er geen duidelijk datapatroon aanwezig is.

### 3.8 Data zonder een duidelijk patroon

Tot nu toe hebben we gekeken naar reeksen waarbij we een duidelijk patroon konden onderkennen. Maar wat als we geen duidelijk patroon kunnen zien? In figuur 3.21 geven we nog eens het voorbeeld van een dergelijk vraagpatroon uit hoofdstuk 2.



Figuur 3.21 Onregelmatig vraagpatroon

Dat kan twee dingen betekenen: óf er zit inderdaad geen patroon in de data, óf er zit wel een patroon in de data, maar het is moeilijk te onderkennen (In de onderhoudswereld komen we dit soort vraagpatronen vaak tegen). In beide gevallen heeft de onervaren voorspeller een probleem. Voor het tweede geval liggen er mogelijkheden bij technieken die o.a. door middel van autocorrelatie en autoregressie erachter proberen te komen welke datapatronen aanwezig kunnen zijn. Deze technieken met exotische namen als Box-Jenkins, Parzen, Kalman filter (Makridakis [1978]) etc. vereisen veel statistische kennis en zijn complex van aard. Onoordeelkundig gebruik van dit soort methodes kan grote voorspelfouten met zich mee brengen en is dan ook af te raden voor de niet-specialisten. Voor de eerste groep waarbij er eigenlijk geen patroon aanwezig is, zijn er toch mogelijkheden. Voor patronen waarbij er zo nu en dan eens een vraag is en waarbij ook nog niet bekend is hoe groot die vraag is, heeft Croston benaderingen ontwikkeld. Afhankelijk van het feit of er in een bepaalde periode een vraag is geweest, bepaalt Croston via een soort exponential smoothing wanneer opnieuw een vraag optreedt. En ook via een soort exponential smoothing bepaalt hij hoe

groot die vraag gaat worden. In dit soort omgevingen speelt natuurlijk ook de grootte van de veiligheidsvoorraad een cruciale rol. Juist vanwege het bijna onvoorspelbare karakter van de toekomstige vraag. Men kan zich afvragen of men producten met dit soort vraagpatroon (of beter gezegd zonder patroon) wel *moet* voorspellen of uit voorraad *moet* leveren. Misschien is het handiger om deze op order te leveren. Als dit niet mogelijk is, kan men beter een Periodic Order Quantity-methode hanteren met een hoge veiligheidsvoorraad.

### 3.9 Parameterisering

#### 3.9.0 Inleiding

In de voorgaande paragrafen hebben we de werking van een aantal methodieken behandeld. We liepen daar tegen een tweetal problemen aan. Het *eerste* probleem was het zogenaamde startwaardeprobleem. We kijken nog eens naar de formule van de SES methode:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(X_{t-1} - F_{t-1})$$

Wanneer we een voorspelling voor periode 1 ( $F_1$ ) willen maken hebben we de realisatie en voorspeling van periode 0 ( $X_0$  en  $F_0$ ) nodig. Maar die bestaan niet! We losten dit pragmatisch op door voor  $F_1$  de realisatie van periode 1 ( $X_1$ ) te nemen. Maar dit kan natuurlijk beter. Iets dergelijks geldt voor de methode van Brown, Holt en Winters. In deze paragraaf gaan we nader in op deze problematiek. Het *tweede* probleem is de juiste waarde van de bestelparameters  $\alpha$  (SES, Brown),  $\beta$  en  $\gamma$  (Holt en Winters). We hebben eerder gezien dat deze parameters zich binnen een bepaalde bandbreedte begeven, maar de precieze bepaling wordt in paragraaf 3.9.4 behandeld.

#### 3.9.1 Startwaardeprobleem bij data zonder trend

We hebben gezien dat we bij de SES methode geen waarde hebben voor  $F_1$  en daarom maar  $X_1$  gebruiken. Volgend uit de SES formule betekent dat automatisch dat ook  $F_2$  gelijk is aan  $F_1$  en dus ook  $X_t$ . Immers:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(X_{t-1} - F_{t-1}) \rightarrow$$

$$F_2 = F_1 - \alpha(X_1 - F_1) \rightarrow$$

$$F_2 = X_1 - \alpha(X_1 - X_1) \rightarrow$$

$$F_2 = X_1$$

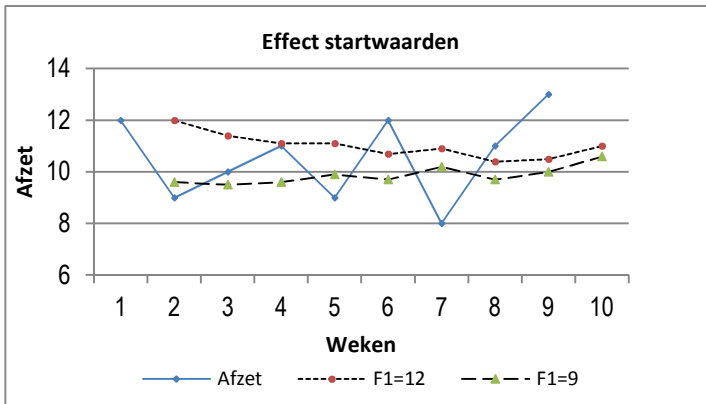
Nu maakt dat allemaal niet zo veel uit als  $X_1$  maar een goede waarde is. We laten het effect in tabel 3.13 zien aan de hand van een voorbeeld zien, waarbij we een SES-methode gebruiken om te voorspellen met een waarde van 0,2 voor smoothing parameter  $\alpha$ . We gebruiken twee verschillende startwaarden. In de derde rij staan de voorspellingen voor startwaarde 12 en in de vijfde rij voor startwaarde 9.

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_t$	12	9	10	11	9	12	8	11	13	
$F_t$	12	12	11,4	11,1	11,1	10,7	10,9	10,4	10,5	11
$e_t$	0	-3	-1,4	-0,1	-2,1	1,3	-2,1	0,6	2,5	
$F_t$	9	9,6	9,5	9,6	9,9	9,7	10,2	9,7	10	10,6
$e_t$	3	-0,6	0,5	1,4	-0,9	2,3	-2,2	1,3	3	

Tabel.3.13 Startwaardeprobleem bij single exponential smoothing

Als de eerste waarde  $X_t$  een beetje extreem is hebben we daar een tijdje last van (ook afhankelijk van de keuze van  $\alpha$ ). Maar omdat we weten dat er geen trend in de data zit en de waarden rond een zeker gemiddelde schommelen, zou dat gemiddelde een betere startwaarde zijn. We geven de gegevens uit tabel 3.21 nog eens grafisch weer in figuur 3.22.





Figuur 3.22 Effect van verschillende startwaarden

Omdat we niet precies weten wat dat gemiddelde is kunnen we echter als startwaarde voor  $F_1$ , het gemiddelde van de eerste drie of vier perioden nemen. Op deze manier kunnen we voorkomen dat extreme waarden de voorspellingen gaan beïnvloeden.

### 3.9.2 Startwaardeprobleem bij data met een trend

Bij data met een trend hebben we o.a. gekeken naar de methode van Holt. We geven de formules nog eens:

$$F_{t+m} = a_t + b_t m$$

$$a_t = F_t + \alpha e_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \alpha \beta e_t$$

Wanneer we nu een voorspelling willen maken voor periode 2 vinden we:

$$F_2 = a_1 + b_1$$

$$a_1 = F_1 + \alpha e_1$$

$$b_1 = b_0 + \alpha \beta e_1$$

We hebben  $F_1$  en  $b_1$  (en eigenlijk ook  $b_0$ ) nodig. Deze zijn allemaal niet beschikbaar. Daarom neemt men ook hier de waarde van  $X_1$  voor  $F_1$  en de waarde van nul voor  $b_1$ . Maar vooral dat laatste is een beetje vreemd. We veronderstellen dat er een trend in de data zit maar toch nemen we als startwaarde nul voor deze trend. We laten de consequenties voor data met een trendpatroon zien in tabel 3.14. Voor  $\alpha$  en  $\beta$  kiezen we de waarde 0,2.

$T$	1	2	3	4	5	6	7
$X_t$	7	8	9	10	11	12	
$F_t$	7	7	7,24	7,7	8,4	9,2	10,2
$e_t$	0	1	1,76	2,3	2,6	2,8	
$a_t$	7	7,2	7,6	8,2	8,9	9,8	
$b_t$	0	0,04	0,11	0,2	0,3	0,41	

Tabel 3.14 *Startwaarde probleem bij data met trend*

Wanneer we in bovenstaande tabel kijken zien we dat de voorspelfout ( $e_t$ , vierde rij) de eerste perioden toeneemt! We gaan slechter voorspellen. De boosdoener in dit geval is de trendfactor  $b$ , die in het begin erg klein is! De startwaarde van nul is dan ook slecht gekozen. Een betere keuze zou zijn om naar de eerste drie of vier waarnemingen te kijken en daar uit een startwaarde voor  $b$  te destilleren. In dit eenvoudige voorbeeld zouden we meteen de correcte trendfactor kunnen vinden. Deze is in ons voorbeeld gelijk aan 1, maar wanneer we naar de voorspellingen in ons voorbeeld met startwaarde nul kijken zien we dat de trendfactor in periode 6 nog maar 0.41 is!

Een iets geavanceerdere methodiek geven Makridakis en Wheelwright [1978]. Zij stellen voor een regressielijn door de data te trekken. Deze lijn heeft de vorm  $Y=a+bX$ . De “ $a$ ” en “ $b$ ” uit de regressievergelijking kunnen we dan nemen voor  $a_1$  en  $b_1$ .

### 3.9.3 Startwaardeprobleem bij data met trend én seizoen

Wanneer we te maken hebben met data met een trend én seizoen is de methode van Winters een aannemelijke keuze. Naast de startwaardeproblemen voor  $a_1$  en  $b_1$ , moeten we hier ook startwaarden bedenken voor de seizoensindices  $I_t$ . Vaak stelt men voor om als startwaarde 1 te nemen. Ook dit is onlogisch. We gebruiken immers een seizoensmethodiek, omdat we weten dat de afzet in bepaalde periodes structureel hoger of lager is. Dus moeten we dit ook naar voren laten komen in de seizoensindices. Bijkomend probleem is dat we meestal niet zoveel data hebben, waardoor een foutieve startwaarde van  $I_t$  grote negatieve gevolgen kan hebben. We geven een eenvoudige methode om een betere schatting te vinden voor de startwaarden van de seizoensindices. Laten we aannemen dat we kwartaal cijfers hebben. We moeten dan startwaarden vinden voor  $I_1, I_2, I_3, I_4$ . Een mogelijkheid is:

$$I_i = \frac{X_i}{X_1 + X_2 + X_3 + X_4} \times 4$$

Stel de realisaties voor  $X_i$  van het eerste jaar waren:

$$X_1 = 4 \quad X_2 = 5 \quad X_3 = 6 \quad X_4 = 5$$

Startwaarden voor de seizoensindices  $I_i$  worden dan achtereenvolgens:

$$I_1 = \frac{4}{20} \times 4 = 0,8 \quad I_2 = 1 \quad I_3 = 1,2 \quad I_4 = 1$$

Bij het bepalen van een startwaarde voor de *trend* moeten we voorzichtig zijn, juist omdat we te maken hebben met een seizoen. Misschien moeten we hier niet de eerste 2 of 3 realisaties gebruiken om tot een startwaarde voor de trend te komen, maar de lengte van een heel seizoen. In ons voorbeeld zou  $b_1$  dan volgen uit  $X_5 - X_1$ .

### 3.9.4 Effect van startwaarden

De keuze van een bepaalde startwaarde kan lang doorwerken, zeker in combinatie met de gebruikte waarden voor de smoothing parameters. Afwijkingen worden immers maar gedeeltelijk gecompenseerd. Nu zal dit effect van startwaarden uiteindelijk minder spelen wanneer er veel data ter beschikking staan. Maar wanneer de historie beperkt is, speelt de startwaarde wel degelijk. Ook omdat het indirect van invloed is op de juiste bepaling van de waarden van de smoothing parameters. Deze keuze behandelen we in de volgende paragrafen.

In paragraaf 3.9 is aangetoond dat elk model een of meer startwaarden moet hebben en er moet een keuze gemaakt worden voor de diverse parameterwaarden. In tabel 3.15 staat alles nog eens op een rijtje.

Methode	Startwaarde	Parameter
VG-N		N
Single Exp. Smoothing	$F_1$	$\alpha$
Methode van Brown	$S', S''$	$\alpha$
Methode van Holt	$A_1, b_1$	$\alpha, \beta$
Winters	$A_1, l_i$	$\alpha, \gamma$
Holt Winters	$A_1, b_1, l_i$	$\alpha, \beta, \gamma$

Tabel 3.15 *Benodigde startwaarden en parameters*

In bovenstaande tabel zien we welke startwaarden bepaald moeten worden en voor welke parameters we een goede waarde moeten bepalen. Dit allemaal om een zo goed mogelijk of beste model te bepalen. Voordat we de consequenties van tabel 3.15 bekijken definiëren we eerst hoe we het beste model kunnen bepalen.

### 3.10 Hoe de voorspelfout te bepalen

#### 3.10.0 Inleiding

Een definitie van een goed voorspelmodel is dat het voorspelfouten genereert die normaal verdeeld zijn met een gemiddelde van 0 en een “kleine” afwijking. In deze paragraaf introduceren we indicatoren, die gericht zijn op het evalueren van deze voorspelfouten. Achtereenvolgens komen de *Bias*, de *gemiddelde fout* (Mean Error), de *gemiddelde absolute afwijking* (Mean Absolute Deviation), de *gemiddelde kwadratische fout* (Mean Squared Error) en de *gemiddelde absolute procentuele afwijking* (Mean Absolute Percentage Error) voorbij. In deze paragraaf gaan we in op de indicatoren die we gebruiken om goede waarden voor de smoothing parameters te bepalen.

#### 3.10.1 Indicatoren om de voorspelfout te bepalen

Hoe kunnen we bepalen welke parameterinstelling het beste is en welke methode het beste is? Hiervoor gebruiken we een eenvoudig voorbeeld, weergegeven in tabel 3.16. In de eerste rij staat de forecast van de afzet en in de tweede rij staat de afzet zelf.

PERIODE	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
FORECAST	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
AFZET	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12	

Tabel 3.16 *Gegevens voor prestatie-indicatoren*

Aan de hand van deze gegevens laten we zien hoe de diverse prestatie-indicatoren berekend kunnen worden. Eerst wordt de berekening van de indicatoren gegeven en later formules.

#### De structurele afwijking (Bias)

Een goede voorspelmethode levert voorspelfouten die normaal verdeeld zijn. Dat betekent dat er gemiddeld evenveel voorspellingen te hoog of te

laag zijn. Wanneer we bijvoorbeeld 30 perioden voorspeld hebben zouden we verwachten dat we in gemiddeld 15 gevallen te hoog zitten en 15 keer te laag. Op basis van statistiek kunnen we bepalen of er sprake is van "bias": dat wil zeggen structureel te hoog of te laag voorspellen. Voor ons voorbeeld vinden we in tabel 3.17 de volgende resultaten.

PERIODE	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
FORECAST	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	Gem = 10
AFZET	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12		Gem = 10,4
ERROR	+	-	-	+	0	-	+	-	+	+		5 +, 4 -

Tabel 3.17 Resultaten voor bias.

In dit voorbeeld hebben we 5 te laag voorspeld en 4 keer te hoog. Geen reden om aan te nemen dat er een structurele afwijking is. Maar wanneer is er wél reden tot zorg? Bij 3 positieve afwijkingen of pas bij 2? In onderstaande tabel 3.18 geven we voor een aantal situaties aan wanneer er reden voor bias bestaat. N geeft het aantal waarnemingen (voorspellingen) aan. In de tweede kolom staat het verwachte aantal malen dat we te hoog/te laag zitten en in de kolommen het aantal afwijkingen waarbij we kunnen denken aan het bestaan van bias.

N	Verwacht te hoog	Bias bij <=	Bias bij >=
10	5	2	8
20	10	5	15
30	15	9	21
40	20	13	27
50	25	18	32

Tabel 3.18 Grenswaarden voor bias

NB: Voor de liefhebber : de grenswaarden zijn berekend door de binomiale verdeling te benaderen volgens een normale verdeling met  $\mu=N*0,5$  en  $\sigma=0,5*\sqrt{N}$ .

In paragraaf 3.12, waar we kijken of het gekozen model nog steeds valide is, laten we nog een andere toepassing zien van deze indicator.

### Gemiddelde Fout (Mean Error)

Een tweede criterium voor een goede voorspelling is dat de voorspelfout gemiddeld nul is. In onderstaande tabel 3.19 staan de resultaten:

PERIODE	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
FORECAST	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	Gem = 10
AFZET	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12		Gem = 10,4
ERROR	+2	-1	-2	+1	0	-1	+2	-2	+3	+2		Gem = +0,4

*Tabel 3.19 De gemiddelde fout*

De gemiddelde fout blijkt +0,4 te zijn; er is gemiddeld 0,4 te laag voorspeld. Op een gemiddelde forecast van 10 is dat niet zo veel. Opnieuw heeft het er de schijn van dat de methode voldoet. Maar het nadeel van deze methode is dat plussen en minnen tegen elkaar weg kunnen vallen. Wanneer we grote positieve en negatieve afwijkingen hebben kan de gemiddelde fout dit elimineren. Daarom kijken we ook naar de absolute afwijkingen, waarbij dit uitmiddeleffect achterwege blijft.

### Gemiddelde absolute afwijking (Mean Absolute Deviation)

Bij de absolute afwijking laten we plussen en minnen buiten beschouwing. We vinden het resultaat in onderstaande tabel 3.20.

PERIODE	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
FORECAST	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	Gem = 10
AFZET	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12		Gem = 10,4
ERROR	2	1	2	1	0	1	2	2	3	2		Gem = 1.6

*Tabel 3.20 De gemiddelde absolute afwijking*

De som van de absolute afwijkingen is 16. De gemiddelde absolute afwijking is 1,6 op een gemiddelde forecast van 10. Op basis van dit criterium zitten we er gemiddeld 16% naast.

### Gemiddelde kwadratische afwijking (Mean Squared Error)

Een andere methode om plussen en minnen te elimineren is om de fouten te kwadrateren. Het bijkomstige voordeel van deze kwadratische afwijking is dat men meer gewicht geeft aan grote afwijkingen. Dat is wat men eigenlijk ook wil. We geven de voorkeur aan een methode met misschien veel kleine afwijkingen dan aan een methode met nu en dan een grote afwijking. In onderstaande tabel 3.21 staan de resultaten:

PERIODE	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
FORECAST	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	Gem = 10
AFZET	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12		Gem = 10,4
ERROR <sup>2</sup>	4	1	4	1	0	1	4	4	9	4		Gem = 3.2

Tabel 3.21 De gemiddelde kwadratische afwijking (MSE)

De gemiddelde kwadratische afwijking bedraagt  $32/10=3.2$ . De MSE wordt als criterium gebruikt door forecast-software om te bepalen welke methode “*het beste*” is.

Bovenstaande indicatoren zijn absolute indicatoren. Een afwijking van 10 t.o.v. het gemiddelde zegt echter niet veel als we dit gemiddelde niet kennen. We kunnen daarom ook kijken naar de procentuele afwijkingen.

### De gemiddelde absolute procentuele voorspelfout (Mean Absolute Percentage Error)

Bij de MAPE berekenen we de fout  $e_t$  als percentage van de realisatie. We geven de resultaten in onderstaande tabel 3.22:



PERIODE	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
FORECAST	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	Gem = 10
AFZET	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12		Gem = 10,4
Error	2	1	2	1	0	1	2	2	3	2		Gem=1,6
ERROR %	17	11	25	9	0	11	17	25	23	17		Gem = 15,5

Tabel 3.22 Gemiddelde absolute procentuele voorspelfout (MAPE)

De MAPE in dit geval is ongeveer 15,5%. Dit komt overeen met het resultaat als we de MAD afzetten tegen de gemiddelde afzet (in ons voorbeeld 1.6 / 10.4).

### 3.10.2 Alle formules nog eens op een rijtje

Hieronder geven we de formules weer waarmee de indicatoren te berekenen zijn:

$$\text{Gemiddelde fout (ME)} = \frac{\sum_{i=1}^N e_i}{N}$$

$$\text{Gemiddelde absolute fout (MAD)} = \frac{\sum_{i=1}^N |e_i|}{N}$$

$$\text{Gemiddelde kwadratische fout (MSE)} = \frac{\sum_{i=1}^N e_i^2}{N}$$

$$\text{Gemiddelde absolute procentuele fout (MAPE)} = \frac{\sum_{i=1}^N \left| \frac{e_i}{X_i} \right|}{N}$$

In de volgende paragraaf wordt aangetoond hoe we deze indicatoren kunnen gebruiken om modellen met elkaar te vergelijken.

### 3.10.3 Gebruik van de indicatoren

In de vorige paragraaf is een aantal indicatoren geïntroduceerd om te kijken hoe goed een model voorspelt. We kunnen voor een aantal modellen en parameterwaarden de indicatoren berekenen en met elkaar vergelijken. In deze vergelijking moeten we altijd het corresponderende Naïeve Forecast model meenemen. We moeten ervan uitgaan dat een model waar meer intelligentie in zit ook betere resultaten geeft. Anders kunnen we ons veel moeite besparen. Voor de data geven we hier onder in tabel 3.23 de corresponderende NF-1 voorspelling. Voor de eerste forecast gebruiken we 10 (het gemiddelde).

PERIODE	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
FORECAST	10	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12	Gem = 10,2
AFZET	12	9	8	11	10	9	12	8	13	12		Gem = 10,4
Bias	+	-	-	+	-	-	+	-	+	-		4 +, 6 -
Error	2	-3	-1	3	-1	-1	3	-4	5	-1		Gem = - 0,2
Error	2	3	1	3	1	1	3	4	5	1		Gem = 2,4
Error <sup>2</sup>	4	9	1	9	1	1	9	16	25	1		Gem = 7,6
Error %	17	33	13	27	10	11	25	50	38	8		Gem = 22.1

Tabel 3.23 De afwijkingen bij de NF-1 methode.

Nu kunnen we beide methoden vergelijken. De resultaten vindt u in tabel 3.24.

	Bias	ME	MAD	MSE	MAPE
NF-1	4 +	0,2	2,4	7,6	22,1
Forecast	5 +	0,4	1,6	3,2	15,5

Tabel 3.24 Vergelijking NF-1 model en Forecastmodel

De resultaten laten zien dat ons voorspelmodel duidelijk beter is dan de NF-1 methode. Vooral de grote afwijkingen vallen bij de MSE vallen op, die

voornamelijk op het conto komen van twee perioden: 28 en 29. Hier zien we meteen het effect van grote voorspelfouten.

### 3.11 Bepalen van het “beste” model

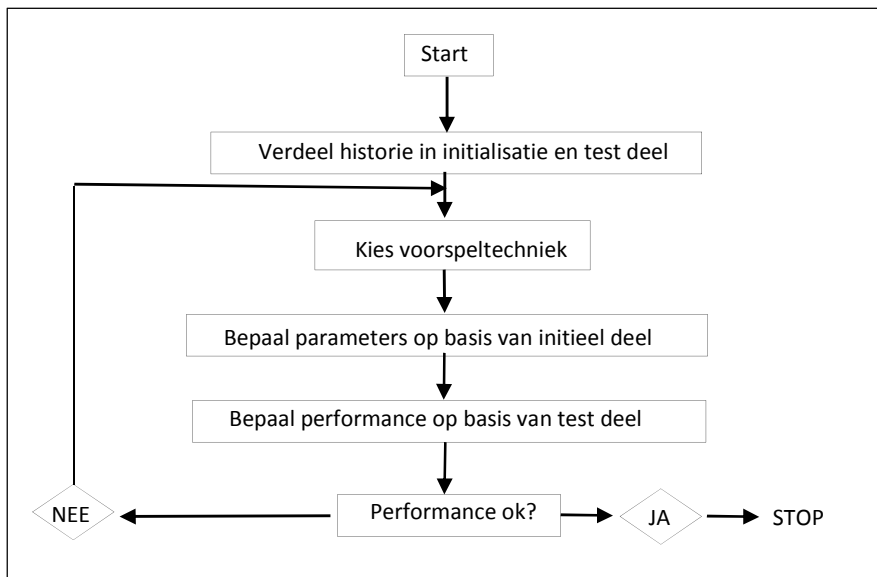
#### 3.11.0 Inleiding

In de vorige paragraaf hebben we laten zien dat de Mean Square Error een criterium is dat veel forecast-software gebruikt om te komen tot een “beste” model en de “juiste” parameterinstelling. In deze paragraaf kijken we naar de procedure om dit te doen, waarbij we kijken welke en hoeveel data we nodig hebben. Daarna gaan we kort in op het technische aspect, waarbij we kijken hoe we een juiste keuze moeten maken uit de vele mogelijke parameterwaarden.

#### 3.11.1 De procedure

Wanneer we een model willen maken gebruiken we in principe historische gegevens. We kunnen dit doen door een historische reeks te nemen, vervolgens een bijpassend model te kiezen met een bepaalde parametersetting en de werkelijkheid na te spelen. Op deze manier kunnen we een MSE berekenen. Vervolgens kunnen we andere parameterwaarden (of een ander model) gebruiken en vervolgens opnieuw de MSE berekenen. Hieruit kunnen we dan in principe het juiste model en parameterwaarden bepalen. Toch is bovenstaande methode niet helemaal correct, hoewel men ze vaak zo uitvoert. We moeten ons namelijk goed realiseren dat we een model zoeken dat zo goed mogelijk de toekomst *voorspelt* en niet een model dat het verleden goed kan *verklaren*. Door alle beschikbare waarnemingen in de analyse te betrekken kunnen we geen goed beeld krijgen van de voorspelkwaliteiten van een model. In theorie is het mogelijk om bij elke datareeks een model te vinden dat naadloos aansluit bij het verleden. Daar zijn we echter niet in geïnteresseerd, we willen een model dat de toekomst zo goed mogelijk voorspelt. En uit onderzoek (Makridakis, Wheelwright [1978,1989]) blijkt dat dat niet hetzelfde is. Om een juist beeld te krijgen over de voorspelkwaliteiten van een model, moeten we de datareeks in twee delen splitsen. Het eerste deel (de oudste gegevens) gebruiken we om een

model en parameter(waarden) te kiezen. Het tweede deel van de reeks gebruiken we dan als testdeel om te kijken welk model met welke parameters het beste voldoet. Schematisch geven we dit proces weer in figuur 3.23.



*Figuur 3.23 Standaardprocedure voor model- en parameterkeuze*

Uit bovenstaande volgt ook dat er een redelijk aantal data beschikbaar moet zijn (tenminste 20-30) om tot een goede modelkeuze en parametersetting te komen. We kunnen immers geen goed model maken op basis van een paar getallen. Zeker als we willen voorkomen dat aanloopverschijnselen het resultaat al te zeer beïnvloeden. Aan de andere kant moeten we ook een redelijk aantal waarden hebben om de voorspelkwaliteiten van het model goed te beoordelen. Vooral bij seizoensmodellen geldt dat we toch minstens over een paar maal de lengte van het seizoen moeten beschikken (3-5 jaar) om statistisch betrouwbare seizoensindices te kunnen bepalen. Dat laatste kan vaak problemen opleveren omdat een dergelijk lange historie niet beschikbaar is.

### 3.11.2 Het bepalen van het juiste model en de juiste parameters

Wanneer we het model en de parameters willen bepalen hebben we een groot aantal mogelijkheden. Wanneer we voor een SES-model de smoothing parameter  $\alpha$  willen bepalen bij verschillende startwaarden zijn er al gauw veel simulaties nodig. Stel dat we alle waarden van  $\alpha$  willen analyseren bij 5 verschillende startwaarden en willen kijken naar  $\alpha$ -waarden die tussen 0.01 en 0.3 liggen. Afhankelijk van de stapgrootte (0,01, 0,001) zijn er 150 of 1500 mogelijkheden. Voor de trend- en seizoensmodellen van Holt en Winters kan dit flink uit de hand lopen. Gebruik van forecast-software is dan onvermijdelijk. Dit soort software kan bij een gegeven model en parameters snel een groot aantal mogelijkheden doorrekenen. Maar vanwege het grote aantal combinaties zal de meeste software op een slimme manier het aantal benodigde berekeningen beperken. Daardoor is nooit zeker of de software een model met de minimale MSE gevonden heeft. In de praktijk is dit meestal niet echt een probleem omdat de gevonden oplossing normaliter goed genoeg is. Vanwege de vele combinaties zal de software vaak veel modellen vinden met allerlei verschillende parameterwaarden, die allemaal ongeveer dezelfde MSE opleveren. Het kan bijvoorbeeld voorkomen dat een SES- model met een startwaarde van 4.9 en een  $\alpha$ -waarde van 0,23 ongeveer hetzelfde presteert (op basis van MSE) als een model met een startwaarde van 7,9 en een  $\alpha$ -waarde van 0,14. En opnieuw zal dit een belangrijke rol spelen bij trend- en seizoensmodellen. Het interpreteren van de uitkomsten wordt dan erg belangrijk. Gebruik van forecast-software vereist daarom ook de nodige forecast-intelligentie van de gebruiker.

### 3.11.3 De uiteindelijke keuze

Men zou verwachten dat de meer complexere modellen ook betere resultaten opleveren. Uit onderzoek door Makridakis, Wheelwright [1978, 1989] blijkt dit niet altijd zo te zijn. Van belang is in elk geval dat we de juiste methodiek bij het juiste datapatroon moeten zoeken. Dus een trendmodel voor trenddata en een seizoensmodel voor seizoensdata. Een tweede belangrijk aspect is de complexiteit. Eenvoudige modellen hebben als voordeel dat de meeste mensen kunnen begrijpen wat er gebeurt. De acceptatiegraad zal daarbij veel groter zijn dan bij de meer complexe

modellen. Omdat we nu software gebruiken zal ook de software gebruikersvriendelijk moeten zijn. Er bestaan pakketten die voorspeltechnisch heel goed in elkaar zitten, maar niet al te gemakkelijk in gebruik zijn. Het beste is om de te gebruiken programma's en modellen af te stemmen op de aanwezige kennis bij de gebruiker. Al zal dat misschien leiden tot het gebruik van (te) eenvoudige modellen. We zijn echter van mening dat vooral voorraadhoudende bedrijven specialisten in huis moeten hebben voor deze voorspelproblematiek.

### **3.12 Tracking en Tracing**

#### **3.12.0 Inleiding**

In het begin van dit hoofdstuk hebben we aangegeven dat kwantitatieve modellen ervan uitgaan dat een onderliggend patroon in de data niet of nauwelijks verandert. Dit is echter niet realistisch; er kunnen best omstandigheden optreden waarbij er bijvoorbeeld een trend in de data verschijnt, terwijl die er eerst niet was. Of er was een trend die nu verdwenen is. In de levenscyclus van een product komen we deze verschijnselen regelmatig tegen. In het begin zal er sprake zijn van een aanloofphase, gevolgd door een sterke groei (trend), in de rijpheidsfase zal de trend verdwijnen en in de uitloofphase zien we weer een (negatieve) trend optreden. We moeten daarom blijven controleren of het onderliggende patroon verandert, waardoor het gebruikte model niet meer geldig zijn. We behandelen hier een grafische methode (de plus/min analyse) en een statistische methode (Trigg's Tracking Signal).

#### **3.12.1 Plus/Min analyse**

De meest eenvoudige controle methode is om te kijken naar het soort afwijking (+ of -). Normaal gesproken geeft een voorspellingsmethode fouten die normaal verdeeld zijn rond nul. De voorspelling moet dus eigenlijk even vaak boven de realisatie zitten als er onder. Wanneer dit niet meer zou zijn kan dat een indicatie zijn dat het model niet meer valide is. Dit hebben we al in paragraaf 3.10 behandeld. Ook de verdeling van de te hoog/te laag geeft informatie. Als we bijvoorbeeld eerst een paar keer te veel

voorspellen en vervolgens een aantal keren te weinig moeten we ook nog eens goed naar de data kijken. Of wanneer we voortdurend te hoog zitten (of te laag). Aan de hand van een voorbeeld maken we dit duidelijk. Stel dat we een datapatroon hadden waarin geen trend aanwezig was. Als model hebben we een voortschrijdend gemiddelde gekozen met  $N=2$ . Door marktveranderingen gaat de vraag naar het product omhoog en ontstaat er een trend in de data. We geven in onderstaande tabel 3.25 de afzet ( $X_t$ ), de voorspelling ( $F_t$ ) en de voorspelfout ( $e_t$ ) weer.

Periode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$X_t$	4	6	5	5	6	7	9	10	11	12	12
$F_t$			5	5.5	5	5.5	6,5	8	9,5	10.5	11.5
$e_t$			0	-0.5	1	1.5	2,5	2	1,5	1.5	0.5

Tabel 3.25 Voorspelfouten als voorbeeld van plus/min analyse

Vanaf periode 5 gaat de afzet omhoog en we zien de voorspellingen hierbij achterblijven. We zien dat de voorspelfout voortdurend positief blijft. Analyse van de voorspelfout laat zien dat het gehanteerde model hoogstwaarschijnlijk niet meer valide is.

### 3.12.2 Trigg's Tracking Signal

Net als de vorige methode zoekt de methode van Trigg [1964] naar een systematische afwijking. Deze methode doet dat door twee foutgerelateerde uitdrukkingen te berekenen,  $E_t$  en  $M_t$ . En met deze twee variabelen bepaalt hij het zogenaamde Tracking Signal  $T_t$ . De berekeningen zijn:

$$E_t = \alpha e_t + (1 - \alpha)E_{t-1}$$

$$M_t = \alpha |e_t| + (1 - \alpha)M_{t-1}$$

$$T_t = \left| \frac{E_t}{M_t} \right|$$

Wanneer we naar bovenstaande uitdrukkingen kijken zien we dat  $M_t$  altijd iets positiefs moet zijn, omdat er met absolute waarden van  $e_t$  gerekend wordt.  $E_t$  echter kijkt naar positieve en negatieve fouten. Wanneer  $T_t$  in de buurt van nul ligt, dus wanneer  $M_t$  veel groter is dan  $E_t$ , zegt men dat de fouten *random* verdeeld zijn. Wanneer de fouten echter altijd eenzelfde kant opgaan (positief of negatief) wordt  $E_t$  zelf groter en zal  $T_t$  ook groter worden. Veel softwarepakketten berekenen automatisch deze waarde van  $T_t$  en geven aan wanneer de gebruiker actie moet ondernemen. Er zijn nog andere soortgelijke methoden die kijken of het gebruikte model nog valide is. Ook deze kijken allemaal op een of andere manier wanneer de voorspelfouten systematische afwijkingen gaan vertonen.

### **3.13 Leren van je fouten**

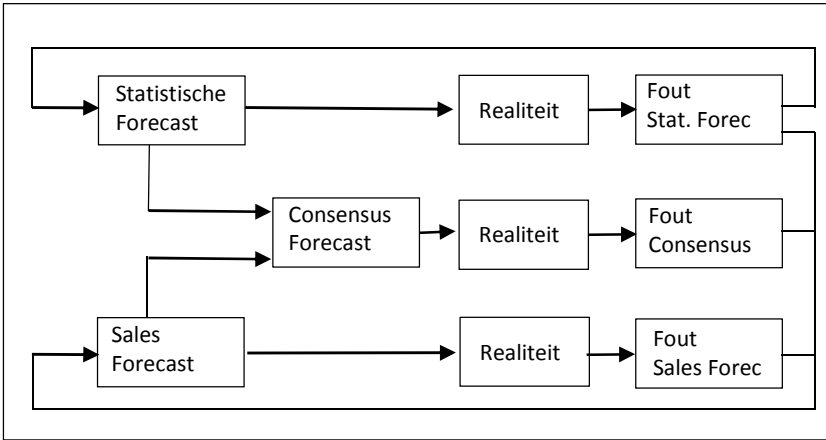
#### **3.13.0 Inleiding**

In deze paragraaf worden nog enkele aspecten behandeld die van belang zijn bij de implementatie van een goede forecast-procedure. In de vorige paragrafen hebben we gekeken naar een aantal indicatoren die aangeven hoe goed we het doen. Een aantal van deze indicatoren is wat men noemt “een achter-af evaluatie”. De MSE, MAD en MAPE vallen hieronder. Als we iets aan onze forecast-procedure doen kunnen we pas achteraf zien of en wat het effect is. Vaak is echter de relatie tussen wat we doen (of veranderen) en het uiteindelijke resultaat (de voorspelfout) diffuus. We zien wel dat er iets gebeurt maar vaak niet waarom dat gebeurt. In deze paragraaf worden een aantal technieken gepresenteerd, die de forecaster kan helpen bij het ontdekken van (systematische) fouten die hij maakt bij het opstellen van de voorspellingen. Eerst behandelen we de zogenaamde samengestelde voorspelling, vervolgens opnieuw de Bias, daarna kijken we naar het gedrag van voorspellingen meerdere perioden vooruit en behandelen we het zogenaamde ‘reactie-diagram’. Allemaal methodieken om de voorspeller inzicht te geven in zijn voorspelgedrag.



### 3.13.1 De samengestelde forecast

In paragraaf 3.0 is gezegd dat de forecast eigenlijk uit twee delen bestaat; een statistische forecast en een marketing forecast. In de praktijk is deze tweedeling niet helemaal duidelijk. Vaak maakt Sales (en/of Marketing) een forecast die deels gebaseerd is op het verleden en deels op gevoel of verwachting. We krijgen dan voorspellingen als: de verkopen voor deze maand zijn die van vorig jaar (of maand) plus 5%. Of omdat er een actie gepland wordt in oktober zullen de verkopen in die maand met Y stuks stijgen. Wanneer Sales en Marketing deze forecast maken zal de gevoelscomponent vaak groot zijn. Aan de andere kant is er bij hun vaak weinig animo om veel moeite te steken in de voorspelling vanwege het tweede voorspellingsaxioma: “elke voorspelling is fout”. Daarnaast zien we ook nog vaak dat Sales en Marketing niet al te veel vertrouwen hebben in statistische forecasts. Daarom is het aan te bevelen om in eerste instantie een twee-sporenstrategie te volgen. Er wordt zowel een statistische forecast gemaakt evenals een forecast door Sales en Marketing. Vervolgens wordt er een uiteindelijke forecast gemaakt, die een combinatie kan zijn (eigenlijk moet zijn) van beide forecasts. De statistische forecast kan dienen als zogenaamde base-forecast; een forecast alleen gebaseerd op basis van historische gegevens en zonder enige additionele kennis over promoties, prijsaanpassingen etc. Deze forecast kan vervolgens aangepast worden met marketingintelligentie om te komen tot een uiteindelijke samengestelde forecast. Vervolgens kan men beide forecasts, de statistische en de samengestelde, evalueren op basis van de voorspelfout-indicatoren, zoals weergegeven in figuur 3.24.



*Figuur 3.24 Conses-forecast*

Door beide forecast-procedures te evalueren kan de bijdrage van Sales en Marketing bekeken worden. In principe mag je verwachten dat de samengestelde forecast beter is dan de statistische forecast. Er is immers meer marktinformatie beschikbaar. Is dat niet het geval kan het zijn dat de extra informatie blijkbaar niet zinvol is. Of dat men niet de juiste informatie toevoegt. Maar het zal in elk geval stof tot nadenken geven.

### 3.13.2 Opnieuw de Bias

Van de voorspelfouten mag men verwachten dat ze gemiddeld nul zullen zijn en dat er gemiddeld even vaak te hoog dan te laag wordt voorspeld. Door het teken van de voorspelfout (+ of -) voortdurend terug te koppelen kan zichtbaar gemaakt worden dat men misschien structureel te hoog of te laag voorspelt. Misschien is men structureel te optimistisch of te pessimistisch en kan men achterhalen waarom dit zo is.

### 3.13.3 Forecasts over meerdere periodes

Tot nu toe hebben we impliciet gekeken naar voorspellingen die we slechts één periode vooruit maken. In de praktijk maken we op een zeker tijdstip voorspellingen voor meer periodes. Dit gegeven kunnen we gebruiken om te kijken of de nauwkeurigheid afneemt naarmate we verder vooruit voorspellen. Stel we zitten in periode 1. We voorspellen nu voor periode 2 t/m 11. We krijgen dan de voorspellingen  $F_{t,1}$ ; de voorspellingen voor periode  $t$  gemaakt in periode 1.

PERIODE	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
FOR in P1	$F_{2,1}$	$F_{3,1}$	$F_{4,1}$	$F_{5,1}$	$F_{6,1}$	$F_{7,1}$	$F_{8,1}$	$F_{9,1}$	$F_{10,1}$	$F_{11,1}$	$F_{12,1}$

Tabel 3.26 De voorspellingen voor periode  $t$  gemaakt in periode 1

Wanneer we in periode 2 zitten voorspellen we opnieuw 10 periodes vooruit (P2 t/m P13) zoals weergegeven in tabel 3.27.

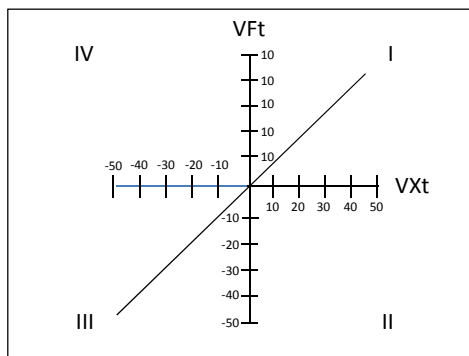
PERIODE	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
FOR P1	$F_{2,1}$	$F_{3,1}$	$F_{4,1}$	$F_{5,1}$	$F_{6,1}$	$F_{7,1}$	$F_{8,1}$	$F_{9,1}$	$F_{10,1}$	$F_{11,1}$	$F_{12,1}$	
FOR P2		$F_{3,2}$	$F_{4,2}$	$F_{5,2}$	$F_{6,2}$	$F_{7,2}$	$F_{8,2}$	$F_{9,2}$	$F_{10,2}$	$F_{11,2}$	$F_{12,2}$	$F_{13,2}$

Tabel 3.27 De voorspellingen voor periode  $t$  gemaakt in periode 1 en periode 2

In dit geval zullen we periode 12 en verder 10 keer voorspellen; namelijk in periode 1, 2, 3, 4, 5, etc. En voor elke set voorspellingen ( $F_{12,1}$ ,  $F_{12,2}$ ,  $F_{12,3}$ ) kunnen we eerdergenoemde indicatoren berekenen. We verwachten natuurlijk dat de voorspelfouten kleiner worden naarmate de voorspelhorizon kleiner wordt. Een voorspelling voor periode 12 gemaakt in periode 10 (2 periodes vooruit) zou in principe beter moeten zijn dan de voorspelling periode 12 die gemaakt is in periode 6 (6 periodes vooruit). Er is immers meer informatie beschikbaar.

### 3.13.4 Het reactie-diagram

Het reactiediagram is een grafische methode die weergeeft hoe de voorspeller reageert op veranderingen in de markt. Zag hij deze veranderingen op dezelfde manier of zag hij ze nooit aankomen? Of omgekeerd; dacht hij dat de markt op een bepaalde manier zou veranderen terwijl dat in werkelijkheid niet zo was. In figuur 3.26 staat dit reactiediagram.



*Figuur 3.26 Het reactiediagram*

Op de verticale as staat de voorspelde verandering ( $VF_t$ ) in formulevorm.

$$VF_t = \frac{F_t - F_{t-1}}{F_t} \times 100\%$$

Op de horizontale as staat de opgetreden verandering ( $VX_t$ ) in formulevorm:

$$VX_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_t} \times 100\%$$

In de grafiek kunnen we nu  $VF_t$  en  $VX_t$  tegen elkaar afzetten in een puntenwolk. Punten in het kwadrant rechts boven (I) geven aan dat een

positieve verandering was voorspeld en dat die ook is opgetreden. Punten in het kwadrant linksonder (III) laten zien dat een negatieve verandering was voorspeld en dat die ook is uitgekomen. Vervolgens kunnen we ook naar de grootte van de verandering kijken. Als de punten op de stippelijijn zouden liggen hadden we te maken met een perfecte voorspelling. We hadden bijvoorbeeld voorspeld dat de sales 10% meer zou worden en dat is ook gerealiseerd. Dat zal normaliter een utopie zijn, maar de plaats van de punten in de kwadranten kunnen een goede feedback geven aan de voorspeller.

### **3.14 Organisatorische aspecten in de praktijk**

#### **3.14.0 Inleiding**

In deze paragraaf komt het voorspellen in de praktijk nog eens naar voren. We willen er nogmaals op wijzen dat de technieken slechts een klein (maar belangrijk) deel vormen van het hele voorspelproces. In de praktijk komen we nog een aantal andere randvoorwaarden tegen, die hier kort ter sprake komen.

#### **3.14.1 Praktische randvoorwaarden**

##### *Doel van de voorspelling*

We moeten ons afvragen waar we de voorspelling voor willen gebruiken. Gaan we de voorspelling gebruiken om een uitspraak te doen over het verkoopbudget voor het komende jaar of willen we een uitspraak doen over de machinebezetting in de komende maand? Dit heeft consequenties voor de keuze van het model, dat nauw samenhangt met het hieronder beschreven aspect van nauwkeurigheid.

##### *Beoogde nauwkeurigheid*

Hoe nauwkeurig moeten de voorspellingen zijn? Is het voldoende dat er een indicatie wordt gegeven of kan een afwijking (voorspelfout) van  $x\%$  vervelende gevolgen hebben? Naarmate meer nauwkeurigheid vereist is, kan

het de moeite zijn om meer geavanceerde technieken te gebruiken. Anders kan men volstaan met eenvoudige robuuste modellen.

#### *Aantal beschikbare data*

Het aantal data dat beschikbaar is, bepaalt meteen het soort model dat we kunnen gebruiken. Wanneer er maar een paar data beschikbaar zijn, moeten we onze toevlucht nemen tot kwalitatieve modellen. Ook voor de relatief eenvoudige modellen als single exponential smoothing, de methode van Brown of de methode van Holt zijn toch altijd een 20-tal gegevens nodig. Wanneer we met seizoensmodellen willen werken hebben we 3-5 jaar gegevens nodig. Vooral voor producten met een korte levenscyclus kan dit problemen opleveren.

#### *Het aantal producten*

Het aantal producten dat we moeten voorspellen bepaalt mede de aandacht die we aan deze voorspellingen moeten schenken. Wanneer we 10.000 verschillende producten willen voorspellen, kunnen we niet veel aandacht aan elk product besteden en zullen de gebruikte methoden eenvoudig moeten zijn en veelal volledig geautomatiseerd. We kunnen alleen maar kijken naar uitzonderingen en een ABC-classificatie van de producten is in dit soort omgevingen van eminent belang. Als we maar naar een paar producten hoeven te kijken kunnen we meer uit de kast trekken.

#### *Beschikbare kennis binnen het bedrijf*

Een niet te onderschatten factor is de kennis van voorspeltechnieken en statistiek binnen het bedrijf. Wanneer deze kennis niet of nauwelijks aanwezig is wordt het erg moeilijk om voorspellingsmethodieken goed toe te passen. Alleen de meest eenvoudige technieken komen dan in aanmerking. Maar ook een software pakket kan in dit geval problemen opleveren, omdat hier meer dan elementaire kennis van methoden en statistiek nodig is.

### 3.15 Samenvatting

In dit hoofdstuk hebben we enkele principes rondom voorspellen behandeld. We hebben vooral de kwantitatieve methoden bekeken, zonder de diverse technieken in detail te hebben behandeld. We hebben vier datapatronen onderscheiden en wel; data zonder trend/seizoen, data met trend, data met seizoen en data met trend en seizoen. Voor elk datapatroon hebben we aangegeven welke methodiek in aanmerking kan komen. Voor elk datapatroon hebben we een Naïeve Methode gegeven (NF-1, 2, 3, 4). Daarnaast keken we voor data zonder trend/seizoen naar het (voortschrijdend) gemiddelde en single exponential smoothing. Voor data met trend keken we naar de methode van Brown en de methode van Holt. Bij de seizoenspatronen kwam de methode van Winters ter sprake. We hebben een aantal criteria behandeld op basis waarvan we methode of parameterwaarden kunnen bepalen. We hebben daarbij gekeken naar MSE, MAD en MAPE. Vervolgens hebben we ruim aandacht geschonken aan “tracking en tracing” om na te gaan of er veranderingen in datapatronen optreden. Hierbij behandelden we een grafische methode (Plus/Min analyse) en een statistische methode (Trigg). Tenslotte hebben we enkele organisatorische aspecten rond voorspellen bekeken.

### 3.16 Literatuur

Brown, R.G. [1963]  
*Smoothing, Forecasting and Prediction*  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1963

Carlberg, C. [2005]  
*Excel Sales Forecasting for Dummies*  
Wiley, Hoboken (USA), 2005

Compton J.C., S.B.Compton [1990]  
*Successful Business Forecasting*  
Liberty Hall Press, 1990

Croston, J.D. [1972]  
"Forecasting and Stock Control for Intermittent Demands"  
Uit : Operations Research Quarterly 23 (3), 1972

Diebold, F. X. [2007]  
*Elements of Forecasting, 4<sup>th</sup> ed*  
Thomson / South western, Mason OH Usa, 2007

Hagoort, G.[2003]  
"Laurus/Konmar case"  
Amsterdam School of Management, 2003

Hanke J.F., D.W. Wichern [2005]  
*Business Forecasting 8<sup>th</sup> ed*  
Pearson/Prentice Hall, 2005

Helmer O. [1966]  
*The use of the Delphi Technique*  
The RAND Corp., Santa Monica, California, 1966

Herodotus [ca 440 v.C.]  
Historien, Boek 1, Clío



Holt C.C. [1957]

*“Forecasting Seasonals and Trends by Exponential weighted Moving Averages”*

Uit : O.N.R. Memorandum (52), Carnegie I.T. Pittsburgh, 1957

Makridakis S., S. Wheelwright, McGee V.E. [1983]

*Forecasting, Methods and Applications 2e druk*

J. Wiley, New York 1978

Makridakis, Wheelwright [1989]

*Forecasting methods for Management*

J. Wiley, New York, 1989

Orlicky J. [1974]

Material Requirements Planning

McGraw-Hill, New York, 1974

Trigg, D.W., [1964]

*“Monitoring a Forecast System”*

Uit : Operational Research Quarterly, 15, pp271-274

Winters, P.R. [1960]

*Forecasting Sales by Exponential weighted Moving Averages”*

Uit : Management Science, Vol 6, 1960

Silver, E.A., D. Pyke, R. Peterson [1998]

*Inventory Management and Production Planning and Scheduling 3<sup>rd</sup>.ed*

J. Wiley, New York, 1998

Wallace, T.F., R.A. Stahl [2004]

*Sales Forecasting – A New Approach –*

T.F. Wallace & Comapany, USA, 2004

[www.rtl.nl/\(/financien/rtlz/dossiers/\)/components/financien/rtlz/nieuws/dossier/laurus\\_tekst.xml](http://www.rtl.nl/(/financien/rtlz/dossiers/)/components/financien/rtlz/nieuws/dossier/laurus_tekst.xml) - 83k -

## Bijlage 1      Rekenvoorbeeld Methode van Brown

We geven nog eens de formules:

$$F_{t+m} = a_t + b_t \times m$$

Waarbij de uitdrukkingen voor  $a_t$  en  $b_t$  de volgende zijn:

$$a_t = 2S_t' - S_t''$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \times (S_t' - S_t'')$$

$$S_t' = \alpha X_t + (1 - \alpha) \times S_{t-1}'$$

$$S_t'' = \alpha S_t'' + (1 - \alpha) \times S_{t-1}''$$

Voor het voorbeeld kiezen we  $\alpha$  gelijk aan 0.2. En net als bij de SES methode hebben we hier te maken met een startwaardeprobleem. In dit geval voor  $S_1'$  en  $S_1''$ . Analoog aan de SES methode nemen we hier de waarde  $X_1$  voor. We geven de resultaten in tabel A.1

T	$X_t$	$S_t'$	$S_t''$	$A_t$	$b_t$
1	7	7	7	7	0
2	8	$0,2 \cdot 8 + 0,8 \cdot 7 = 7,2$	$0,2 \cdot 7,2 + 0,8 \cdot 7 = 7$	$2 \cdot 7,2 - 7 = 7,4$	$0,25 \cdot (7,2 - 7) = 0,05$
3	9	$0,2 \cdot 9 + 0,8 \cdot 7,2 = 7,6$	$0,2 \cdot 7,6 + 0,8 \cdot 7 = 7,1$	$2 \cdot 7,6 - 7,1 = 8,1$	$0,25 \cdot (7,6 - 7,1) = 0,1$
4	10	$0,2 \cdot 10 + 0,8 \cdot 7,6 = 8,1$	$0,2 \cdot 8,1 + 0,8 \cdot 7,1 = 7,3$	$2 \cdot 8,1 - 7,3 = 8,9$	$0,25 \cdot (8,1 - 7,3) = 0,2$
5	11				
6	12				
7					

Tabel A.1.      Tussenresultaten voor voorspellingen met de methode van Brown

$T$	$X_t$	$S_t'$	$S_t''$	$A_t$	$b_t$	$F_t$
1	7	7	7	7	0	
2	8	7,2	7	7,4	0,05	$7+0=7$
3	9	7,6	7,1	8,1	0,1	$7,4+0,05=7,45$
4	10	8,1	7,3	8,9	0,2	$8,1+0,1=8,2$
5	11					$8,9+0,2=9,1$
6	12					
7						

*Tabel A.2      Voorspellingen met methode van Brown*

De resultaten lijken niet echt geweldig, naar dit heeft te maken met de startwaarde van  $b$ . In paragraaf 3.9 werd dit probleem behandeld.

## Bijlage 2 Grenswaarden voor $\alpha$ en $\beta$ bij methode van Holt

Bij de SES methode hebben we gezegd dat  $0,1 < \alpha < 0,3$  moet liggen. In Silver ea[1998] tonen de auteurs aan dat de methode van Brown een speciaal geval is van Holt en ze hebben een verband gelegd tussen de  $\alpha$  gebruikt bij Brown en de  $\alpha$  en  $\beta$  gebruikt bij Holt. Deze laatste noemen we even  $\alpha_h$  en  $\beta_h$ . Volgens Silver ea [1998] geldt:

$$\alpha_h = 1 - (1 - \alpha)^2$$

$$\beta_t = \frac{\alpha^2}{1 - (1 - \alpha)^2}$$

Als we nu weer uitgaan dat bij Brown de waarde van  $\alpha$  tussen 0,1 en 0,3 zal liggen, dan kunnen we ook grenzen voor  $\alpha_h$  en  $\beta_h$  bepalen. We geven deze weer in tabel A.3:

	$\alpha$	$\alpha_h$	$\beta_h$
Bovengrens	0,3	0,51	0,18
Ondergrens	0,1	0,19	0,05

Tabel A.3 Onder en bovengrens voor parameters bij methode van Holt

### Bijlage 3      Berekening MSE

In onderstaande tabel vindt u de berekening voor de drie regressielijnen uit paragraaf 3.5.4. In de kolommen met  $E(t)^2$  vindt u de gekwadrateerde fout per lijn. In de laatste twee kolommen staan de resultaten voor de regressielijn berekend door Excel.

Per	Xt	Gemiddelde		Y=X+4		Y=0,8424X+6,22	
		For	E(t) <sup>2</sup>	For	E(t) <sup>2</sup>	For	E(t) <sup>2</sup>
11	13	19	36	15	4	15,3	5,23
12	15	19	16	16	1	16,1	1,23
13	20	19	1	17	9	16,9	9,4
14	18	19	1	18	0	17,8	0,06
15	16	19	9	19	9	18,6	6,67
16	22	19	9	20	4	19,4	6,72
17	25	19	36	21	16	20,2	22,7
18	20	19	1	22	4	21,1	1,11
19	19	19	0	23	16	21,9	8,29
20	22	19	9	24	4	22,7	0,5
		Tot	<b>118</b>	Tot	<b>67</b>	Tot	<b>62</b>
		Gem	<b>11,8</b>	Gem	<b>6,7</b>	Gem	<b>6,2</b>